

FISICA/ MENTE

MASSA E PESO

il paziente e l'agente

Storia dello sviluppo dei concetti di massa e peso da Aristotele ad Einstein - Parte 1: da Aristotele a Newton

Roberto Renzetti

E' un poco di tempo che tento di capire alcuni concetti fondamentali, posti alla base della fisica. Dico capire perché l'uso è diverso dalla comprensione. Se si riflette appena un poco ci si rende conto che più il concetto è elementare più è complesso. Così che spesso ci si nasconde dietro una data definizione, il più delle volte poco riflettuta e compresa, che descrive superficialmente con cosa abbiamo a che fare. Io non riuscirò certamente a risolvere un qualche problema ma voglio tentare un viaggio intorno alla comprensione del concetto di *massa* con inevitabile appendice su quello di *peso* (e con altri concetti che via via si intersecheranno).

ECHI ANTICHI

In qualunque lingua si parlasse, il concetto primitivo con cui ci si doveva esprimere era *corpo, sostanza*. E corpo, come *cosa*, è già un nome che ha una valenza epistemologica di enorme importanza. Infatti con corpo si indica una classe di oggetti e la parola rappresenta una efficace sintesi di ogni oggetto senza soffermarsi su nessuno in particolare. Ma il corpo, pur essendo estremamente utile, è qualcosa di vago che racchiude in sé molte caratteristiche che occorrerà indagare separatamente.

Presso gli antichi, ad esempio, il peso era considerato come una proprietà dei singoli corpi, cioè come una qualità, come il colore o l'odore. Esso, nel pensiero antico non poteva venire considerato come una misura della quantità di materia, universalmente applicabile a ogni tipo di materiale.

Il peso, inoltre, non avrebbe potuto svolgere la funzione di *quantitas materiae*, poiché mancava la correlazione o proporzionalità tra peso e quantità. Tale correlazione era tuttavia assolutamente impossibile, poiché vi erano elementi, come il fuoco, o l'aria, che possedevano un'intrinseca leggerezza. Anche il volume, o spazio occupato, aveva gli stessi problemi per essere usato nella misura della *quantitas materiae*. I cambiamenti di volume, infatti, non toccavano l'identità della materia: il volume, quindi, come il peso, non poteva servire da misura della "quantità di materia". Inoltre, nella materia organica vi era generazione e corruzione, aumento e diminuzione della sostanza: né si riconoscevano alcuna permanenza o invarianza quantitativa.

Le cose, anticamente, non si ponevano allo stesso modo in cui si pongono oggi. Il concetto primitivo che i filosofi avevano tentato di definire era quello di *sostanza*. Per i presocratici la sostanza è costituita da materia. Per Platone la sostanza era la forma che un oggetto ha (per approfondire leggi [qui](#)). Nella *Fisica* Aristotele mostra che tutti gli enti, in particolare quelli naturali, hanno una sostanza costituita di materia (*ciò che fa sì che una cosa sia*) e forma (*ciò che fa sì che una cosa sia ciò che è*): quest'ultima è la loro struttura, il modo in cui è ordinata la materia (questo dualismo sarà tanto caro a San Tommaso ed al Cristianesimo).

...la fisica è una scienza che si occupa di un certo genere dell'essere (essa ha infatti per suo oggetto quel genere di sostanza che ha in se stessa il principio del movimento e della quiete ...). La fisica non potrà essere se non attività contemplativa di quel genere di essere che ha la possibilità di muoversi, e di una sostanza che ha per lo più una sua forma, ma che, soltanto, non è separabile dalla materia.

[Metafisica; E, 1]

Tutti gli enti materiali sono soggetti a mutamento, il quale è possibile perché una stessa materia può assumere forme diverse (non vi sono differenze qualitative ma solo quantitative - la maggiore complessità - tra enti organici ed inorganici). La materia è detta anche “potenza”, perché può assumere forme diverse, mentre la forma è detta anche “atto”, perché realizza pienamente le possibilità della materia. E, in definitiva, per quel che interessa ora, *materia* è il materiale con cui è costituita una data cosa.

L'indagine su questa strada sarebbe di certo interessante ma non ci porta dove desideriamo. L'indagine della materia nei classici va infatti a tentare di capirne e discuterne la composizione, continua o discreta che essa fosse immaginata, senza indagare altre eventuali proprietà (ad esempio, i rapporti di una materia con un'altra materia o le proprietà di differenti quantità di materia, medesima o di differente natura o, ancora, i rapporti della materia con la pesantezza).

Il dibattito, in mancanza di utilizzazioni pratiche dei concetti in discussione e di una neppur pensata verifica sperimentale, si avvitava su se stesso ed acquistava valenza soprattutto per la definizione di determinati credi o fedi.

E' utile a questo punto dare uno sguardo alla fisica di Aristotele anche per comprendere meglio ciò che abbiamo detto: tutti gli enti hanno una sostanza costituita inseparabilmente di materia e forma quest'ultima è la loro struttura, il modo in cui è ordinata la materia.

LA FISICA DI ARISTOTELE

Perché introdurre la fisica di Aristotele e non estrapolare una sua definizione di un qualcosa che si avvicini a massa ? Perché la struttura del pensiero era radicalmente differente e non sarebbe possibile comprendere una definizione separata dal contesto, anche nell'ipotesi che tale definizione esistesse. La cosa più interessante da notare è che il complesso del pensiero aristotelico si presenta in modo unitario, risultando impossibile modificarne una parte senza danneggiare completamente l'intero edificio. Vediamone gli aspetti salienti.

- Il mondo è organizzato secondo due idee principali:

- la teoria dei quattro elementi,

· la teoria dei luoghi naturali.

- I quattro elementi sono organizzati secondo i gradi di una intrinseca nobiltà: la terra, la più vile, sta più in basso; su di essa vi è l'acqua, quindi l'aria e, da ultimo, il fuoco, l'elemento più nobile. A questi elementi occorre aggiungerne un altro che è perfetto, eterno ed incorruttibile, la quintessenza, l'etere che si trova al di sopra di tutti gli altri.

- L'universo è organizzato in tante sfere concentriche che si succedono secondo i vari gradi di nobiltà che sono propri dei quattro elementi e dell'etere: la Terra (sulla quale vi è l'acqua) sta immobile al centro; sopra la terra vi è aria e quindi il fuoco. Sono semplici osservazioni naturali che portano a questa fisica: un pugno di terra affonda nell'acqua, delle bolle d'aria salgono da sotto l'acqua, il fuoco acceso nell'aria sale attraverso quest'ultima. Tutto ciò è chiuso dentro una prima sfera di cristallo, la sfera della Luna. Gli serviva una sfera materiale ad Aristotele per sostenere i 'pianeti' che risultavano incastonati in essa e la sfera doveva essere cristallina poiché dalla Terra non la vediamo. Dalla prima sfera in poi i pianeti, le sfere che li sostengono, gli astri e l'intero spazio fino all'ottava sfera (quella delle stelle fisse), sono costituiti di etere. Sotto il cielo della Luna le cose nascono e muoiono. Sopra questo cielo tutto è perfetto, eterno, immutabile ed incorruttibile.

- Il moto è trasmesso dall'ultima sfera a quelle più interne. Quando si arriva alla sfera eterea che contiene incastonata la Luna, il suo moto trascina per attrito l'aria ed il fuoco sottostanti, ciò provoca il turbiniò ed il rimescolamento dei quattro elementi fenomeno che è alla base del cambiamento e quindi della generazione e corruzione del mondo 'terreno' o sublunare. Si noti che senza quell'attrito i quattro elementi sarebbero separati: al centro vi sarebbe una sfera di terra, circondata prima da una buccia d'acqua, quindi da una buccia d'aria ed infine da una buccia di fuoco. In particolari condizioni, il fuoco che sale si concentra in un dato luogo e da quel medesimo attrito viene messo in rapida rotazione, originando il fenomeno delle comete. Queste ultime infatti non possono essere ammesse come corpi provenienti da uno spazio esterno che semplicemente non esiste. Inoltre corpi in moto "trasversale" nello spazio, sfonderebbero quelle sfere cristalline (come fece osservare S. Tommaso che, proprio per questo motivo, mise in discussione l'ascesa del corpo di Gesù al Cielo, cielo che comunque non esisteva in Aristotele).

Ed ora vediamo come è inteso il movimento:

- Un oggetto è in moto se occupa successivamente luoghi diversi.
- Il moto può essere:
 - sostanziale (di generazione e corruzione);
 - qualitativo (modificazione delle qualità);
 - quantitativo (accrescimento e diminuzione);
 - moto locale che, a sua volta, si suddivide in:
 - moto violento;
 - moto naturale che, a sua volta, si suddivide in:
 - verso l'alto e verso il basso;
 - circolare.
- I corpi che si muovono dall'alto in basso o viceversa sono dotati di peso o leggerezza, proprietà che non spettano ai corpi che si muovono di moto circolare .
- I gravi cadono a diverse velocità a seconda della loro "massa" e a seconda della densità del mezzo in cui cadono (velocità di caduta proporzionale al peso).
- Ogni corpo tende ad andare al suo luogo naturale ed i moti che realizzano questo sono moti naturali (con la teoria dei luoghi naturali viene spiegata anche la morte dei viventi): così la terra si muoverà per andare a ricongiungersi con la terra, l'acqua scorrerà per andare verso l'acqua, l'aria salirà in bollicine dall'acqua, ...
- Sono moti violenti quelli provocati artificialmente.
- Perché un moto sia possibile è necessario che qualcosa, un motore, lo sostenga: un sasso è mantenuto in moto dall'aria che, chiudendosi dietro di esso, lo spinge. Il moto è uniforme se su di esso il motore agisce in modo costante (il moto è uniforme se su di esso agisce una "forza" costante).

- Non può esistere alcun vuoto perché non esisterebbe alcun moto. Inoltre, in caso di esistenza di vuoto, perché un corpo dovrebbe fermarsi qui piuttosto che lì? I corpi o resterebbero in quiete o si muoverebbero all'infinito (questa è l'enunciazione in negativo del principio d'inerzia che sarà di Galileo).
- L'infinito non può muoversi e poiché la sfera delle stelle è in moto, si deve concludere che il mondo è finito.
- Il limite del mondo è la superficie interna della sfera delle stelle: l'ultima sfera è in moto anche se occupa sempre lo stesso luogo.
- Conseguenza della teoria dei luoghi naturali è l'unicità del mondo (tutta la terra con la terra, tutta l'acqua con l'acqua, ...).
- La Terra è immobile poiché un corpo scagliato in alto ricade perpendicolarmente nello stesso punto da cui è stato lanciato.
- La sfericità della Terra viene dedotta dalle ombre circolari disegnate sulla Luna durante le eclissi.
- Il mondo è perfetto perché ha "tre" dimensioni (3 è il numero pitagorico perfetto) e, poiché è perfetto è anche finito, infatti non gli manca nulla.

I quattro elementi (provenienti dalle concezioni di Empedocle) ai quali ho accennato devono essere dotati di quelle che Aristotele chiama qualità primarie. Devono essere:

- sensibili al tatto;
- essere suscettibili di causare cambiamenti qualitativi;
- devono formare coppie di opposti:

caldo-freddo;

secco-umido;

pesante-leggero;

denso-raro;

ruvido-liscio;

duro-soffice;

resistente-fragile.

Gli elementi non sono immutabili. Ciascuno di essi può essere trasformato in un qualsiasi altro attraverso il mutamento di una qualità fondamentale (o ambedue) nel suo opposto. La TERRA è freddo-secco; il FUOCO è caldo-secco; l'ARIA è umido-caldo; l'ACQUA è freddo-umido. Le trasformazioni più facili sono tra elementi che hanno una qualità in comune e, viste le qualità di ciascun elemento, la trasformazione di acqua in aria (o viceversa) è altrettanto facile che quella da aria a fuoco (eccetera). Risulta difficile la trasformazione da aria in terra (o viceversa). Oltre alle trasformazioni dette si possono avere anche unioni tra elementi che si scambiano le loro qualità in modo da produrne altri due. Ad esempio: acqua (freddo - umido) + fuoco (caldo - secco) può originare terra (freddo - secco) + aria (caldo - umido) e per capire a cosa si riferisce Aristotele, basta pensare ad un fuoco che si spegne con dell'acqua.

I quattro elementi non esistono mai allo stato puro:

- la terra domina negli oggetti pesanti;
- l'aria domina negli oggetti leggeri;
- i metalli devono essere composti anche da acqua per poter spiegare la fusione;
- il fumo è costituito da fuoco e da terra;
- gli oggetti che galleggiano hanno una percentuale d'aria maggiore di quella di terra.

Nell'ambito di questa struttura complessiva, raccontata in modo estremamente succinto, è possibile andare a rintracciare qualche concetto che ci dia l'idea del come sono pensati quei corpi ai quali mi riferivo in apertura. Abbiamo già accennato al fatto che la sostanza dei corpi è un binomio indissolubile di materia e forma ma ciò non è sufficiente per avere un quadro complessivo della concezione aristotelica. Il concetto di materia, per rapportarci (molto impropriamente, per la verità) con il linguaggio odierno, deve essere intersecato con quello di *pesantezza e leggerezza*.

Aristotele, nel suo *De Coelo* afferma:

Più un corpo è grande, più rapidamente esso compie il moto che gli è peculiare.

[*De Coelo*, 290a]

Conseguenza di ciò è che la velocità dei corpi in moto naturale è direttamente proporzionale alla “grandezza” del corpo che ne determina la *pesantezza o leggerezza*. Invece la velocità dei corpi in moto violento, moto che è originato da un *motore*, è inversamente proporzionale alla “grandezza” del corpo.

Sia A il motore, B il mosso, C la lunghezza percorsa, D il tempo in cui si attua il movimento. In un tempo uguale la forza uguale A muoverà la metà di B per il doppio di C, e muoverà C nella metà di D: tale, infatti sarà la proporzione. E, inoltre, se la stessa forza muoverà lo stesso oggetto in questo tempo qui secondo tanta lunghezza, e lo muoverà secondo la metà della lunghezza nella metà del tempo, anche la metà della forza muoverà parimenti la metà dell'oggetto in uguale tempo secondo una lunghezza uguale.

[*Fisica*, 249b]

Quindi le caratteristiche del moto discendono dalla pesantezza e leggerezza della materia che lo compone con l'intervento anche del mezzo che il corpo attraversa nel suo moto

... invero, noi vediamo che lo stesso peso e lo stesso corpo si muovono più rapidamente per due cause: o perché è differente ciò attraverso cui l'oggetto passa (ad esempio, se passa attraverso l'acqua o la terra, ovvero attraverso l'acqua o l'aria), oppure perché l'oggetto spostato, qualora gli altri fattori siano gli stessi, differisce per l'eccesso del peso o della leggerezza.

Ne è causa il mezzo attraverso cui l'oggetto passa, in quanto che esso fa da attrito; e ciò si verifica specialmente se il mezzo è spostato in senso contrario, ma poi anche se sta fermo. E l'attrito è maggiore quando il mezzo è meno divisibile, ossia quando esso ha una densità maggiore.

[*Fisica*, 215a]

... gli oggetti che sono lanciati si muovono sebbene ciò che ha impresso loro impulso non sia in contatto con essi, vuoi per il reciproco sostituirsi, come sostengono alcuni, vuoi perché l'aria che è stata spinta imprime loro un moto più veloce del moto naturale col quale il proiettile si muove verso il suo luogo naturale.

[Fisica, 215a]

E sempre il movimento sarà tanto più veloce quanto il mezzo sarà più incorporeo, meno resistente e più facilmente divisibile.

[Fisica, 215b]

E' utile aver fatto riferimento a queste cose per quanto seguirà. Osservo ora che Aristotele parla di massa senza soffermarsi su di essa con l'assegnarle particolari proprietà. Discutendo del fatto che due corpi non possono occupare simultaneamente lo stesso luogo, egli dice:

... è chiaro che... [un dato oggetto], anche cambiando di posto, con-serverà la stessa massa, come tutti gli altri corpi conservano la loro. Sicché, se esso non differisce affatto dal luogo, perché mai si deve assegnare ai corpi un luogo oltre la massa di ciascun corpo, prescindendo, comunque, dalle affezioni che questa massa possa avere ? Non si approda a nulla, se nella massa stessa si porrà un altro uguale intervallo di tal genere.

[Fisica, 216b]

E più oltre le cose vanno un poco avanti:

Così anche del corpo, grande o piccolo che esso sia, la materia è la stessa. Ed è ovvio: quando infatti dall'acqua si genera l'aria, è sempre la medesima materia che subisce la generazione, senza l'aggiunta di nulla di estraneo, ma soltanto col passaggio di una medesima cosa dalla potenza all'atto; e in senso contrario, anche l'acqua si genera dall'aria allo stesso modo, giacché si effettua il cambiamento ora da piccolezza verso grandezza ora da grandezza verso piccolezza.

[Fisica, 217a]

Sicché, anche la grandezza e la piccolezza di una massa sensibile si estendono non perché la materia subisca un'aggiunta, ma per il fatto che la materia è potenzialmente disposta all'una e all'altra cosa; e, in conclusione, il medesimo oggetto è denso e raro, ed unica è la materia di queste due cose, quantunque il denso sia pesante, mentre il raro è leggero.

[Fisica, 217a]

Da queste parole si ricava che quantomeno non viene confusa la massa con il volume e che è presente il concetto di densità. Non è poco ma non ha connessione con il moto al quale fa riferimento la materia che non sembra collegata a queste ultime considerazioni. Più in particolare, sembra si possa dire che la pesantezza (o leggerezza) ed il volume non abbiano nulla a che fare con la *quantità di materia*, concetto che sembra del tutto estraneo a quello che noi abbiamo. E ciò è comprensibile se solo ci rifacciamo a quella fisica appena accennata. I corpi tendono ai loro luoghi naturali. Un sasso tende ad andare verso il centro dell'universo che coincide con il centro della Terra perché quello è il suo luogo naturale. Non si richiedono altre caratteristiche al sasso che quelle di essere terra. Non ci serve sapere nulla di ciò che oggi chiamiamo costituzione del corpo, massa, peso, volume, densità, Occorrerà scardinare questa teoria perché possano nascere domande relative al perché i corpi cadono lì e non altrove e come ciò avvenga. E, in connessione con quella fisica che annunciavo essere un tutt'uno con la cosmologia, occorrerà che la Terra venga tolta dal centro per essere messa in circolo, come un oggetto qualunque, intorno al Sole.

In definitiva la materia di Aristotele è ben altra cosa dal nostro odierno intendimento. Egli ha una visione del mondo legata al suo divenire, al crescere, alla generazione ed alla corruzione con una sorta di continuità tra ciò che è organico e ciò che è inorganico. Si può comunque intravedere negli aumenti e diminuzioni, nel crescere o corrompersi un qualcosa che si conserva, il substrato materiale comune. E la cosa è chiaramente detta nel penultimo brano citato.

Scartato il concetto di quantità di materia ci si può chiedere se Aristotele possedesse l'altro concetto, quello di materia inerte che resiste al moto. Da vari studi sembrerebbe di no come si ricava dalla sua concezione del moto che è indipendente dall'oggetto che si muove per far riferimento solo a cause esterne ed impedimenti esterni all'oggetto in moto. La materia è una sorta di entità metafisica, per Aristotele, entità che può solo essere oggetto di azioni e mai soggetto

*È infatti proprio della materia sia il subire, sia l'essere
mossa, ma il muovere e l'agire appartengono a potenze [nel
significato di forze, ndr] distinte
[Generazione e Corruzione, II, 335b, 30]*

*La materia in quanto materia è passiva
[Generazione e Corruzione, I, 324b, 18]*

e questi concetti sono enunciati anche nella *Metafisica* (I, 1046a, 9-29; VI, 1048a, 25, b 9).

Resta scoperta la relazione che esiste (o esisterebbe) tra materia e grandezza in senso spaziale (estensione).

Nella *Fisica* (III, 5, 204b, 6) egli definisce esplicitamente corpo un qualcosa di limitato da una superficie e quindi parla di corpo assegnandogli un volume. Ciò è d'interesse perché sarà costume degli aristotelici assegnare ai corpi una estensione spaziale che diventa così una caratteristica della materia. In questo senso si estendeva alla fisica quanto Euclide aveva definito per la geometria:

E' solido tutto ciò che ha lunghezza, larghezza ed altezza.

In qualche modo si ritorna qui a Platone che riconosceva solo nel volume un invariante della materia:

*Se alcuno plasmando in oro figure d'ogni specie, non
ristesse mai di trasformare ciascuna di esse in tutte le
figure, e un altro, mostrando una di quelle, domandasse
che cos'è, sarebbe molto più sicuro, rispetto alla verità,
rispondere che è oro : quanto al triangolo e alle altre
figure, che ivi si formarono, non converrebbe mai
nominarle come esistenti, perché mutano mentre si
pongono, ma contentarsi, se volessero accettare
sicuramente anche il tale. Ora lo stesso ragionamento vale
per quella natura che riceve tutti i corpi: si deve dire che è
sempre la stessa, perché non perde affatto la sua potenza,
ma riceve sempre tutte le cose, e in nessun modo prende
mai una forma simile ad alcuna di quelle cose che entrano
in essa: perché essa di sua natura è la materia formativa di
tutto, che è mossa e figurata dalle cose che vi entrano, e
appare, per causa di esse, ora in una forma e ora in
un'altra: e le cose ch'entrano ed escono son sempre
immagini di quelle che esistono sempre, improntate da esse
in modo ineffabile e meraviglioso, che dopo indagheremo.
[Timeo 50a]*

In definitiva per Platone, come per gli aristotelici, sembra che il volume sia una quantità in grado di fornire una determinazione quantitativa della materia.

AVANTI CON FATICA

Contro questa visione si schierarono gli stoici sostenendo con forza che spazio e corpo sono due entità che devono restare distinte. Il corpo infatti non si può banalmente sovrapporre ad una estensione matematica risultando qualcosa di più, allo stesso modo che la fisica non è mera geometria. Qualcuno (Sesto Empirico) avanzò l'ipotesi di corpo fisico come un qualcosa che possiede grandezza, figura, resistenza e peso. Mentre la materia in se stessa non si può descrivere in termini quantitativi ma solo qualitativi e, se si riflette un poco, siamo in una situazione diametralmente opposta a quella che si affermerà a partire da Galileo: è solo la riduzione a quantità che permette la misura e quindi la conoscenza della natura. E, per poter procedere alla quantificazione della materia, sarebbe stato necessario sbarazzarla di quella passività che le era stata assegnata.

Un altro filone di pensiero, quello di Democrito e quindi di Lucrezio, qualcosa in tal senso aveva fatto. La materia era pensata come una entità che permane in quanto, sostenevano, nulla proviene dal nulla e nulla ritorna nel nulla e quindi la materia risulta indistruttibile. Inoltre il peso della materia non risultava più essere un accidente aristotelico ma una proprietà universale in quanto proprietà di ciascuno dei componenti di essa, l'atomo.

Si potrebbe anche aggiungere che con la famosa spinta di Archimede si fosse chiarito il concetto di peso specifico (Archimede lo cita ma non lo definisce mai) e di densità e quindi si fosse vicini a quello di massa; ma le cose non stanno così. Come spiega Max Jammer l'equivoco relativo ad un Archimede che avrebbe chiarito tali concetti discende da un passo non ben tradotto di Vitruvio in cui si dice che Archimede *abbia preso due masse (duas massas) dello stesso peso della corona ...* ebbene, nel contesto, il *'due masse'* sta per *'due pezzi'*, *'due blocchi'*. L'equivoco è poi tramandato da allegri divulgatori di scienze.

In definitiva l'antichità classica non ha né il concetto di quantità di

materia né quello di massa inerte, anche se una qualche eco si ritrova nella *Meccanica* di Erone, del I sec. d.C., (nota solo nella traduzione araba) che riecheggia i *Problemi di meccanica* (*Problemata mechanica*), un opuscolo attribuito ad Aristotele (che se non è di Aristotele è certamente della sua scuola) e riscoperto solo nel Cinquecento. In quest'ultimo Aristotele, discutendo dell'equilibrio di una bilancia, aveva sostenuto, con evidente separazione tra l'aurea filosofia ed i miseri problemi pratici:

Perché si riesce a muovere con minore sforzo, da una posizione di equilibrio, una bilancia scarica che una carica ? e perché, allo stesso modo, una ruota che gira intorno ad un asse esige tanto maggiore sforzo per essere messa in moto quanto più pesa ?

Ed a tale domanda Aristotele o chi per lui si risponde che la cosa avviene perché ogni corpo pesante offre resistenza, non solo ad essere sollevato, ma anche ad essere mosso in qualunque direzione, anche inclinata rispetto alla verticale. Erone sembra aver letto questo brano quando dice:

Perché lo stesso peso, sistemato sopra uno dei due piatti di una bilancia in equilibrio, fa assumere a questa un movimento differente a seconda che essa sia più o meno carica ? ... Perché se, ad esempio, se in ciascuno dei due piatti si avevano già tre mine [antica moneta greca, ndr] e si pone sopra uno di essi una mezza mina in più, la bilancia si inclina con una certa velocità, mentre se nei due piatti si avevano già dieci mine ciascuno, l'aggiunta della mezza mina fa inclinare la bilancia con velocità minore ?

La risposta di Erone è che

Nel primo caso, l'insieme dei pesi è mosso con una forza più grande, essendo le tre mine mosse da una forza uguale alla sesta parte di esse, mentre nel secondo caso le dieci mine sono mosse da una forza uguale alla ventesima parte di esse.

e questa risposta ci fa almeno vagamente pensare alla macchina di Atwood (fine Settecento) ideata proprio per studiare il moto di un grave in caduta lungo la verticale. Ma il materiale per poter avanzare in questo studio è scarso e le cose dette sono solo delle illazioni.

Con i neoplatonici, che fusero il loro pensiero con quello giudaico-cristiano, assistiamo ad un cambiamento d'interesse.

Abbiamo visto che eredità di Platone era la geometrizzazione della fisica e quindi l'individuazione della materia mediante il suo volume. Questa eventualità apriva alla possibilità di determinazioni quantitative. Come osserva Jammer (*Storia del concetto di massa*, Feltrinelli 1974),

nell'intento di dimostrare che la forza e la vita hanno origine nell'intelletto e in Dio, il neoplatonismo e la filosofia ebraico-cristiana degradarono la materia fino all'impotenza e la concepirono "inerte," cioè assolutamente priva di attività spontanea o "forma." L'idea di privazione, che in Aristotele era ancora neutra e indifferenziata, divenne distintiva di depravazione e di degradazione. Ma proprio questo concetto di inerzia, gradatamente liberato dalle sue connotazioni spregiative e psicologiche, divenne nel Seicento, con la nascita della meccanica classica, il carattere distintivo del comportamento dinamico della materia e quindi il fondamento del concetto di massa inerziale.

Plotino, da una parte mantiene la caratteristica di materia come matrice di tutte le forme, dall'altra dota questa matrice di estensione mediante l'intervento della forma sostanziale. E Proclo si muove sulla stessa strada articolando di più il discorso fino ad arrivare a dotare la materia di passività o inerzia come conseguenza della sua divisibilità. Sulla materia, poiché dotata di estensione, si può agire all'infinito dividendola. Ciò mostra la sua natura passiva e quindi la sua inerzia.

Le elaborazioni neoplatoniche furono lette dai musulmani che le fecero proprie allo stesso modo che gli ebrei (siamo già al secolo X) con elaborazioni originali. I ragionamenti erano di questo tipo (con chiari richiami aristotelici): lo stato di quiete è più consono all'idea di materia perché essa ha tre dimensioni e, poiché nessuna dimensione è preferenziale, non saprebbe quale direzione scegliere per muoversi. L'estensione quindi comporta che la materia deve essere immobile e quindi inerte (principio di ragion sufficiente).

Contributi ulteriori vennero dall'ebreo spagnolo Avencebrol che considerò la materia, già acquisita come inerte, come elemento base di tutti gli esseri, ad eccezione di Dio. La relazione, poi, tra estensione ed inerzia si ricava facilmente dall'esperienza quotidiana: tanto più grande

è l'estensione spaziale, tanto più è pesante un oggetto, quanto più è inerte. E questa inerzia discende dall'infimo grado che la materia occupa nell'universo: poiché ogni attività prevede che esista un qualcosa di sottostante su cui agire, la materia non ha nulla di sottostante e quindi non può agire.

Naturalmente sulla strada della materia disprezzabile si cimentarono un poco tutti i mistici, a partire da Plotino, che contribuirono anche a fornire substrati concettuali alle tre religioni monoteiste già e ancora in piena attività. Si possono solo ricordare Filone d'Alessandria, Calcidio, Anselmo d'Aosta, Pietro Abelardo e svariati altri, fino ai mistici del Rinascimento ed oltre come, ad esempio, Kepler.

IL MEDIOEVO

La visione aristotelica restò come fondo culturale per moltissimi anni. In Aristotele, come accennato, la teoria dei 4 elementi è alla base dell'intera fisica. Per spiegare allora una cosa semplice come l'evaporazione (la transizione da acqua ad aria) o come la condensazione (la transizione da aria ad acqua) si parla di scambio tra gli elementi e cioè tra opposti. Cosa accade nello scambio ? Sparisce o si distrugge un elemento e ne nasce un altro ? Questa visione è estranea alla fisica di Aristotele. La cosa risulta spiegata dalla teoria della permanenza della sostanza: vi deve essere un substrato comune a tutti gli elementi, ai *corpi*, che si mantiene negli scambi. In questo substrato di materia elementare doveva anche esservi un embrione di forma. Naturalmente sorgono qui molte complicazioni che non ci aiutano molto. Basti dire che quella *materia prima* teorizzata da Aristotele, quella priva di forma, ne acquista quando, da *prima*, diventa *elementare* (ciò che costituisce il substrato degli elementi). Ma se un qualcosa ha forma deve avere estensione. Che dire in proposito ? Naturalmente vi furono vari secoli in cui, in mancanza di un criterio di falsificazione (che inizierà ad esservi con Galileo), si esercitarono varie opinioni. Non intendo entrare nei dettagli ma solo accennare ad alcune teorie che furono avanzate.

Averroè (XI secolo) sostenne che la forma corporea è la tridimensionalità indeterminata (forma) che egli distingue da quella determinata (accidente). Insomma il cavallo in quanto specie ha una

tridimensionalità indeterminata che diventa determinata quando, tra tutti i cavalli, ne consideriamo uno specifico. Averroè spinge oltre la sua concezione. In accordo con Aristotele, afferma che le differenze individuali discendono dalla forma nella materia. Ma l'aver oggetti differenti con la medesima forma, implica che la materia prima con cui sono costituiti è divisibile. E la divisibilità implica la presenza di quantità.

Questa posizione sembrerebbe abbastanza marginale ma, per moltissimi anni, esercitò una certa influenza. In un'epoca in cui la teologia era onnipresente (ed onnipotente) il successo o meno di una teoria era la sua adattabilità ai vari postulati della fede. E gli argomenti che la teologia offriva all'interpretazione erano quelli di creazione, morte e transustanziazione. Su questi argomenti sembra proprio che la materia e la massa giochino un ruolo primario. In filosofia gli argomenti suddetti corrispondevano alla generazione, alla corruzione ed alla trasformazione della materia. A questo si deve aggiungere che, in modo ancora del tutto metafisico, la materia si conservava.

E' d'interesse accennare ad alcuni passi della letteratura *sacra* in cui si adombra il problema della conservazione e trasformazione della materia. Nella *Genesis* (2:21, 22) si dice:

Allora il signore Dio mandò ad Adamo un profondo sonno, e mentre Adamo era addormentato gli tolse una costola che sostituì con la carne. E con la costola che aveva tolta all'uomo il Signore formò la donna e la condusse all'uomo.

e queste cose, risolvibili facilmente in termini di fede, diventano complicatissime (in realtà impossibili) da giustificare con la filosofia della natura (scienza). Eppure il dibattito si avvitava sul problema se Eva poteva essere formata da una sola costola senza aggiunta di altra materia. Non ci si stupisca di questa riduzione al particolare senza accenni al generale. Semmai il problema era relativo ad una creazione senza materia! Ma è inutile tentare la ricerca di consequenzialità e razionalità in discorsi pseudoscientifici e teologici. Naturalmente tutta la letteratura cristiano-decadente elucubrò soluzioni sulle quali non vale assolutamente la pena entrare se non per rendersi conto dei livelli del dibattito (e per cogliere l'immenso salto in avanti che si fece con Galileo). A proposito, ad esempio, di transustanziazione (il pane ed il vino che, nella messa, diventano rispettivamente corpo e sangue di Cristo) occorre accordare il fenomeno con la teoria della sostanza e degli accidenti di Aristotele. A proposito di ciò interviene Tommaso d'Aquino (XII secolo) che riprende quanto aveva sostenuto Averroè a

proposito di tridimensionalità determinata ed indeterminata. Egli *spiega* con tale apparato la morte e la resurrezione, passando nella *Summa Theologica* a *spiegare* la transustanziazione nel modo seguente. Dopo aver *dimostrato* che nel sacramento dell'Eucarestia gli accidenti rimangono senza soggetto, si chiede *se in questo sacramento la quantità dimensionale del pane e del vino sia il soggetto degli altri accidenti*. A ciò si risponde *che tutti gli accidenti che rimangono nel sacramento, ad eccezione della quantità dimensionale, pur non essendo in alcuna sostanza, sono tuttavia nella quantità dimensionale del pane e del vino, come in un soggetto*.

Ho citato questo passo perché un allievo di Tommaso, Egidio Romano, partì da qui per giungere alla formazione del concetto di *quantità di materia* come concetto vicino alla massa ed indipendente da peso e volume.

Tra gli accidenti della materia vi è una sciocchezza, il fatto cioè che la condensazione e la rarefazione sono in tale categoria. Ci si domanda: ma questi accidenti sono o no dentro l'ostia ? Egidio si mostra insoddisfatto della soluzione del maestro (la quantità nel senso di dimensione come soggetto degli accidenti). Nella condensazione, infatti, si assiste ad un aumento di densità della materia e un aumento di densità non può essere altro che un aumento di materia. In somma sintesi la quantità che cambia non può essere un accidente ma proprio una quantità. Quantomeno, secondo Egidio, serve introdurre due quantità, l'una che è soggetto e l'altra (l'accidente) oggetto. Insomma due quantità che riproducono le dimensioni determinate ed indeterminate di Averroè. Tra queste, la prima è il volume e la seconda è, appunto, la quantità di materia. E ciò inizia a porre il problema della coesistenza delle proprietà: una quantità deve presupporre un volume ed in definitiva la massa (quantità di materia) deve avere o può aprire alla sua estensione nello spazio.

E' straordinario osservare, con Jammer, che vi è un'inversione rispetto alla fisica di Newton: in quest'ultimo la massa è nel punto materiale che non ha volume e non certamente un piccolissimo volume privo di massa. Eppure, per arrivare lì, occorre passare per queste inversioni.

Non si sa bene per quale motivo ma questo apparente passo in avanti nella definizione di massa viene ritrattato prestissimo dallo stesso Egidio Romano.

LA TEORIA DELL'*IMPETUS*

Cento anni dopo queste disquisizioni, riprendendo alcune idee di Filopono (VI secolo), viene elaborata la teoria dell'*impetus* a partire dalle critiche rivolte alla teoria del moto di Aristotele, fatte da Buridano (XIV secolo). Secondo Filopono, se si lancia un proiettile è *necessario che una certa potenza motrice incorporea sia ceduta al proiettile dallo strumento che lo lancia ...* Questa semplice frase fa intendere che il movimento non è più giustificato dal mezzo attraverso cui avviene ma spiegato attraverso una sorta di potenza motrice che si trasferisce da ciò che provoca il moto al proiettile che lo subisce. Il cambiamento è radicale ed inizia a mettere al centro dell'attenzione l'oggetto più che il contorno. E la fine del moto avviene per una sorta di consumazione progressiva di questa potenza motrice a causa del fatto che l'aria oppone resistenza allo stesso movimento (mi sto riferendo ai moti violenti).

Questa idea, non so se conosciuta o meno, venne ripresa da Buridano 800 anni dopo. Occorre però sgomberare il campo dal dubbio che qui vi sia un qualche superamento dell'aristotelismo. Il tutto è interno ad esso e discusso con la logica che è di Aristotele, al fine di aggiornare l'aristotelismo per renderlo più adatto a nuove confutazioni.

Se si accetta la teoria dell'*impetus* occorre fare i conti con la quantità di materia.. Se si fornisce la stessa spinta ad un proiettile, questi raggiunge una maggiore distanza se, a parità di sostanza, il volume che consideriamo è minore. La cosa si osserva empiricamente: se si prendono in considerazione due sassi e si lanciano con medesimo *impetus*. Sarà il sasso di volume più piccolo ad andare più lontano. In esso l'*impetus* si esaurisce più tardi. Buridano, in proposito, dice:

La causa di ciò risiede nel fatto che la ricezione di tutte le forme e disposizioni naturali si fa nella materia e in ragione della materia; perciò quanto più un corpo contiene di materia (quanto plus de materia), tanto più, e più intensamente [intensius], può ricevere di quell'impeto. Ora, in un [corpo] denso e grave, a parità di tutto il resto, c'è più di materia prima che in uno raro e leggero.

L'idea che emerge è che si inizi a considerare una sorta di proporzionalità tra *impetus* e quantità di materia. Ma ciò inizia ad erodere il dualismo forma-materia. Inoltre è chiaro che Buridano intende per quantità di materia una sorta di opposizione al moto:

maggiore è la quantità di materia, più difficile è muovere un oggetto. Come osserva Jammer, siamo ancora lontani dal trovare corrispondenze tra *impetus* e quantità di moto e tra resistenza al moto ed inerzia (anche se la strada imboccata andava nella giusta direzione).

LA TRANSIZIONE ALLA MODERNITA'

Abbiamo descritto per sommi capi alcune linee di pensiero che portarono alla moderna affermazione di **massa**. Non vorrei però che si capisse quanto non è mai stato. E' una sorta di semplicità espositiva che fa riportare le cose come in un racconto lineare. Non c'è crescita di conoscenza per accumulo di concetti. Non c'è alcuna linearità nel progresso. Le cose sono sempre molto più complesse di come sono raccontate. In particolare vorrei sottolineare che quanto elaborato da scuole importanti di pensiero tardo medioevali non fu mai conosciuto da coloro che costruirono le fondamenta della fisica moderna, E' stato il paziente e faticoso lavoro degli storici a scoprire e riconoscere alcuni importanti progressi ma mai si sono tentate discendenze da questo a quello. Sono solo dei superficiali, interessati a cause non propriamente scientifiche (esempio clamoroso è quello del cattolico Duhem) che tentano di ritrovare in certi padri, magari correligionari e/o compaesani, l'origine di alcune speculazioni. La cosa è anche tipica di un insopportabile sciovinismo ai cui vertici vi sono i francesi, seguiti a ruota dagli inglesi. I due Paesi or ora citati hanno meriti scientifici immensi e, davvero, non si vede il perché debbano invadere il campo di altri Paesi che, con somma fatica, anche perché contro la ferrea opposizione della Chiesa, hanno sviluppato autonome linee di pensiero con contributi fondamentali. Ho detto tutto qui perché nel seguito dovrò fare i conti con quanto qui anticipo. Tenterò allora di dire il meno possibile riferendomi a quanto ho detto qui. Proprio tra qualche pagina dovrò richiamare quel grandissimo studioso che è Jammer, che è andato a ricercare i più reconditi ed ignoti contributi ad ogni concetto nel corso dei secoli, e che ha invece trascurato contributi di enorme portata costruiti da scienziati (è ora il caso di dirlo) italiani.

Quanto ho fin qui riportato mostra come, ad un dato momento dello sviluppo del pensiero, si sia sentita la necessità di introdurre il concetto di quantità di materia. Siamo già al XVII secolo, a quando le cose cambieranno radicalmente. Ma qui devo avvertire che cambiamenti di tal genere non avvengono mai in un solo campo del

sapere. Essi sono sempre un portato innanzitutto sociale (cambiamenti della struttura sociale con l'emergere di nuove esigenze; cambiamenti della struttura produttiva, con l'emergere di nuovi concetti funzionali a quanto si fa; cambiamenti della visione culturale complessiva; l'emergere di nuovi ceti sociali con l'obsolescenza di altri) e quindi di un evolvere simultaneo di tutti i campi della conoscenza.

Per quel che riguarda ciò di cui mi occupo, anche la rivoluzione copernicana dette un contributo enorme all'affermazione del concetto di quantità di materia come provo brevemente a dire. Nella cosmologia aristotelica, tutt'uno con la sua fisica, i corpi celesti erano eterei (di una sostanza sottile ed immateriale) ed erano sostenuti nel cielo proprio per questa caratteristica. Non avevano le orbite alle quali oggi ci riferiamo ma erano sostenuti da sfere di cristallo. Queste ultime ruotavano trascinandosi nel moto i pianeti eterei in loro incastonati. Le cose volgari della generazione e corruzione, i moti violenti, le cadute, le tempeste, le comete, tutto ciò che muta avveniva sotto il cielo cristallino della Luna. Gli oggetti cadevano verso il centro della Terra, centro dell'Universo perché quello era il loro luogo naturale, eccetera.

Quando si scambiano i ruoli di Terra e Sole, sistemando la prima a pianeta qualunque ed il secondo a centro dell'Universo, i problemi che si creano sono infiniti. L'intera fisica aristotelica va a quel paese. Non regge più nulla, che si mantiene invece solo perché l'ottusa Chiesa non può rinunciare al pensatore che le ha fornito dignità culturale, non può rinunciare a quel Tommaso d'Aquino che le ha reso accettabile l'ateo e meccanicista Aristotele. Si deve difendere a tutti i costi, pena il crollare di tutti i castelli costruiti su Tommaso e mai sostituiti (ancora oggi i Papi, tanto teologi quanto ignoranti di scienza, quando si riferiscono alla vera filosofia, parlano di Tommaso).

Vediamo alcuni scampoli di quanto ho anticipato.

Se viene meno la teoria dei luoghi naturali, perché un sasso dovrebbe cadere qui e non lì. Perché sulla Terra e non sulla Luna ?

Se viene meno il fatto che i cieli ed i pianeti sono eterei, perché il tutto, reso volgare, non cade verso il basso ?

Se vengono meno le sfere cristalline, chi sostiene i pianeti nel cielo ?

.....

Se si riflette bene si vede che il cambiamento di riferimento pone problemi drammatici, tutti scoperti e da indagare. In pochi anni si perde ogni tranquillità e certezza e ci si trova sbattuti come oggetti qualunque in mezzo ad un universo non più ordinato e gerarchico ma reso umano in quanto tutto da indagare.

La più grande conquista di questi anni, in cui giganteggia Galileo, è l'affermazione pratica della laicità, del tentare spiegazioni non ingenuamente a prescindere da cause metafisiche. Merito soprattutto di Galileo è proprio quello di sospendere il giudizio ogni volta che si trova di fronte ad un fatto non spiegato o rispetto al quale non ha strumenti di indagine. Più volte, a chi lo sollecitava, Galileo risponde che non è ancora il tempo di azzardare risposte e che quelle che gli vengono suggerite sono solo nomi che non spiegano un bel nulla.

Mi sono soffermato su questo aspetto solo per sottolineare, anche qui, la superficialità di Jammer (non solo, per la verità, ma accompagnato da una schiera importante di storici, come mostro [qui](#)) quando afferma:

Questi esempi dimostrano che già prima della nascita della meccanica classica nei secoli XVI e XVII si era avvertito il bisogno del concetto di quantità di materia per la formulazione di leggi fisiche. Sebbene questa necessità fosse profondamente sentita, il concetto era rimasto a uno stadio alquanto incerto e indefinito. Sorprende che perfino la filosofia naturale italiana del Rinascimento, nonostante il suo ragguardevole contributo alla formazione dei concetti della scienza moderna, abbia dato un così esiguo apporto per chiarire questo stato di cose. Galileo, per esempio, nel Saggiatore, dove espone la sua filosofia della scienza, osserva:

"Io dico che ben sento tirarmi dalla necessità, subito che concepisco una materia o sostanza corporea, a concepire insieme ch'ella è terminata e figurata di questa o di quella figura, ch'ella in relazione ad altre è grande o piccola, ch'ella è in questo o quel luogo, in questo o quel tempo, ch'ella si muove o sta ferma, ch'ella tocca o non tocca un altro corpo, ch'ella è una, poche o molte, né per veruna immaginazione posso separarla da

queste condizioni".

In questo passo Galileo enumera le qualità primarie della materia: forma, dimensione, posizione, contiguità, numero, moto, qualità che sono tutte di carattere o geometrico (forma, dimensione, posizione, contiguità) o aritmetico (numero), o cinematico (moto). In questo elenco non compare alcun aspetto della materia che non sia geometrico-temporale.

Davvero deprimente questo passo perché trascura ogni altro momento correlato, il fatto, ad esempio, che Galileo era in corrispondenza stretta con G. B. Baliani che invece aveva elaborato il moderno concetto di massa, distinguendolo da quello di peso. Sulla cosa dirò di più fra un poco, ora mi preme dire che, anche sulla massa, Galileo non dice pubblicamente più di ciò che è in grado di sperimentare e, come vedremo, non è poco se distingue già la massa inerziale da quella gravitazionale. Non credo che Jammer abbia distorto i fatti ma, se è così, non resta che pensare che Jammer non abbia letto l'intera opera di Galileo. Eppure, qualche riga oltre, egli ci presenta un giudizio di Giorgio de Santillana che contrasta con quanto abbiamo ora letto. Le due cose contrastano tra loro e quanto dice de Santillana concorda con quanto affermo io. Questa cosa non sembra averla colta Jammer. Dice de Santillana:

Esistono dunque proprietà matematiche inerenti alla materia, ma la massa, benché esprimibile in termini matematici, non è tra quelle, essendo essa un altro nome della materia, nome che la contraddistingue dalla materia astratta, cioè dalla geometria. Realtà fisica e massa sono due nomi per una stessa cosa dotata di movimento, mentre le forme geometriche ne sono prive. Ne consegue che la massa non può essere definita in termini di nessun'altra cosa: infatti essa è un primum.

Ciò sembra poco a Jammer. Galileo è citato solo per sottrazione. Egli non ha fatto ... ed in questo caso *non elaborò una chiara formulazione della massa*. Si fermò alla cinematica, quasi che questa non fosse indispensabile per quella.

Ma torniamo alla ricostruzione della genesi dei concetti dei quali mi occupo, ripartendo ancora da Jammer che individua in Kepler colui

che costruì la base al dispiegarsi della fisica di Newton. Seguirò ora questa linea di pensiero, integrandola alla fine con quanto Jammer omette.

Kepler deve rendere conto delle forze che in qualche modo mantengono in cielo i pianeti privati delle sfere cristalline di sostegno. Il [mistico Kepler](#), come si omette sempre, ha della forza l'idea di intelligenze motrici, di anime pure, non dissimile dai motori aristotelici. Il concetto di massa di Kepler discende da quello di materia. Dice Jammer:

L'antitesi metafisica tradizionale tra "forma" e "materia" costituisce la base comune ai due concetti. Come scoprì Keplero, un fattore che agisce in opposizione alle forze motrici deve necessariamente appartenere al regno della materia, poiché la natura stessa della materia, secondo la tradizione neoplatonica, consiste nella sua resistenza alla realizzazione della forma.

Verrebbe da dire un caspita! e non tanto per quello che Kepler fa ma per quello che, discutendo di fisica, crede di vedere Jammer. In ogni caso Kepler aggiusterà successivamente le sue concezioni fino ad arrivare ad affermare la natura corporea e quindi materiale dei pianeti. E questo è un fatto importantissimo anche perché ad esso è associata la considerazione che è proprio della materia resistere al moto per restare al proprio luogo. Ma vi è in Kepler il passaggio dalla metafisica alla fisica, soprattutto se si fa un'opera di pulizia di tutte le scorie antiche che si porta dietro. Ad esempio nel seguente brano:

Se nella materia di un globo celeste non ci fosse alcuna inerzia, che fosse per esso qualcosa di paragonabile al peso, non sarebbe necessaria alcuna forza per muoverlo; e, data una pur minima forza motrice, non vi sarebbe allora alcuna ragione per cui il globo non dovesse mettersi in movimento. Poiché tuttavia le rivoluzioni dei globi avvengono in un periodo determinato, che in un pianeta è più lungo e in un altro più breve, è chiaro che l'inerzia della materia non sta alla virtù motrice come il nulla a qualche cosa.

E poco oltre, Kepler descrive il processo del movimento come prodotto da due opposti fattori. Nel moto planetario, egli afferma, la "capacità di trasporto (potenzia vectoria) del Sole e l'impotenza del

pianeta (impotentia planetae) ovvero la sua inerzia materiale, lottano l'una contro l'altra". Sembra di capire che inerzia per Kepler è sia incapacità (aspetto passivo) della materia a muoversi che resistenza (aspetto attivo) a moti provocati dall'esterno. E ciò è detto in modo più chiaro in questa frase:

L'inerzia che si oppone al moto, è una caratteristica della materia, ed è tanto più forte quanto maggiore è la quantità di materia in un certo volume

nella quale sembra di intendere una proporzionalità tra inerzia e densità come corroborato da un altro passo:

I corpi planetari ... non debbono essere considerati punti matematici ma ovviamente corpi fisici dotati di qualcosa di simile al peso ..., ossia di una intrinseca facoltà di resistenza al moto determinata dalla mole del corpo e dalla densità della materia.

In definitiva si può sostenere che Kepler dette un importante contributo alla concettualizzazione del concetto di massa, senza maggiore trascendenza. Tale concetto aveva però bisogno di molti altri contributi, che si susseguirono con crescente rapidità negli anni immediatamente successivi, dovendo ancora combattere contro la metafisica presente dovunque, ad iniziare da Descartes che, con Jammer, addirittura rallentò la definizione completa del concetto di massa.

DESCARTES E LEIBNIZ

Con il progressivo smantellamento dell'aristotelismo, soprattutto a seguito delle importanti scoperte nel campo dell'astronomia, della matematica, dell'anatomia e della meccanica, si sentiva l'esigenza di ricostruire un substrato concettuale, di riferimento, a tutto quanto di nuovo si veniva affermando. Il programma cartesiano per molti versi cercò di rispondere a questa esigenza.

La concezione cartesiana del mondo cerca di dare una ragione più compiuta al sistema copernicano per inserirlo in una visione più generale di cui esso stesso risultasse conseguenza. Egli cominciò con il considerare un solo corpuscolo infinitesimo nel vuoto e quindi come il

moto di questo primitivo corpuscolo fosse modificato da un secondo corpuscolo. In modo induttivo Descartes aggiunse via via altri corpuscoli che si urtavano indefinitamente tra loro. Egli riteneva che le variazioni sensibili del nostro universo fossero originate proprio da questi urti innumerevoli; sono proprio gli scambi di quantità di moto (che Dio mantiene sempre uguali) che rendono conto delle diverse azioni meccaniche tra i corpi. Conseguenza di ciò è l'impossibilità di azione a distanza: ogni azione di un corpo su di un altro avviene per contatto. Nel nostro universo è quindi impossibile l'esistenza di vuoto. Nell'universo cartesiano c'è il tutto pieno eternamente in moto: un primo corpuscolo ne spinge un secondo che, a sua volta, ne spinge un terzo e così via finché l'ultimo corpuscolo spinto va a spingere il primo che avevamo preso in considerazione. Ne consegue una struttura a vortici (una gigantesca montatura di maionese) che è alla base dell'intero universo. Ed anche laddove non vi è materia sensibile vi è l'etere, elemento sottile che riempie di sé tutto lo spazio risultando intimamente mescolato con tutte le sostanze. È proprio un gigantesco vortice di etere quello che pone in circolazione i pianeti intorno al Sole.

I motivi che portarono Descartes a teorizzare un tutto pieno erano molteplici, di natura filosofica e tali da coinvolgere la sua concezione di materia e spazio. Il vuoto è inammissibile principalmente perché sarebbe una contraddizione completa, un nulla esistente. Lo spazio per conseguenza non può essere un'entità distinta dalla materia che lo riempie. Spazio e materia non sono altro che la medesima cosa.

Su Descartes le cose da dire sarebbero molte ma, per l'economia del lavoro, mi attengo a poche considerazioni.

Il filosofo francese enuncia tre regole relative alle *leggi naturali di questo nuovo mondo*, delle quali la prima è:

"... se una parte della materia avrà cominciato a muoversi, continuerà sempre con ugual forza, finché le altre non la faranno fermare o rallentare ... [e questo movimento non potrà che essere rettilineo perché] il movimento rettilineo è il solo che sia perfettamente semplice".

[Descartes - Il mondo. L'uomo]

Dopo aver enunciato la seconda regola (conservazione della quantità di moto) così dice Descartes:

"... ora le due regole derivano evidentemente solo da questo: che Dio è immutabile e che, con l'agire sempre alla

stessa maniera, produce sempre lo stesso effetto. Infatti, supponendo che nell'atto stesso di crearla, Dio abbia posto in tutta la materia in generale una certa quantità di movimenti, a meno di negare che egli agisca sempre allo stesso modo, bisogna ammettere che ne conservi sempre la stessa quantità ".

[Descartes - Il mondo. L'uomo]

Questa prosa basta per convincere chiunque del fatto che Descartes è persona in gran parte estranea alla scienza sperimentale così come si era venuta definendo con Galileo. Si potranno sfogliare le migliaia di pagine scritte da Galileo e mai si troverà un riferimento a Dio per la spiegazione di fatti naturali. Eppure con gli sciovinisti francesi c'è poco da obiettare ed in proposito basti leggere, ad esempio, Duhem e Koyrè che assegnano a Descartes un ruolo fondamentale negli sviluppi della fisica.

Riguardo a ciò che discutiamo, è impossibile non riferirlo alla concezione del moto di Descartes ora enunciata. E' in una lettera a Marsenne del 1638 che egli afferma di *non conoscere alcuna inerzia o tardività naturale nei corpi*. La cosa viene precisata in seguito ne *I principi della filosofia* del 1644 in cui si sostiene semplicemente che l'essenza della materia è il suo occupare spazio, la sua estensione, il suo volume (il peso e la gravità risultano dei meri accidenti); con ciò cancellando, come anticipato, ogni progresso e mostrando il completo disinteresse per l'esperienza che pure si faceva strada in Italia e che lo stesso Marsenne, che faceva da spola tra Italia e Francia, raccomandava vivamente ai suoi protetti.

Il fatto sorprendente, sul quale si trascura indagare, è che questa teoria della materia era addirittura in contrasto con la teologia del tempo. Era su questo infatti che si appuntarono gli strali della Chiesa e non sul preteso razionalismo cartesiano. Infatti, se la materia è solo estensione, le teorizzazioni di Tommaso saltano tutte e con esse la faticosa spiegazione della transustanziazione, nientemeno che del sacramento dell'Eucarestia. La cosa la possiamo leggere in una lettera che tal Thibaut indirizza a Marsenne:

posto che la quantità non differisce dalla sostanza corporea, poiché dopo la trasformazione del pane e del vino viene percepita la quantità, ci si domanda in che cosa consista dunque questa sostanza

E così, il 20 settembre 1663, la Congregazione dell'Indice

condannò in blocco l'opera di Descartes (pure lui, il pio e timido Descartes che si rifiuta di pubblicare perché, dopo la condanna di Galileo, ha paura delle conseguenze!).

Riguardo alla gravità, la concezione di Descartes prevedeva che ogni corpo si trovasse in un vortice, circondato da altri vortici che premono tutti verso il centro ed è proprio questa spinta verso il centro che costituisce il peso del corpo o gravità. La cosa lo convince tanto che dirà a Marsenne che se Galileo avesse conosciuto la sua teoria non avrebbe perso tempo ad indagare la caduta di corpi nel vuoto. Il peso (ed ogni forza) è per il francese una proprietà del movimento della materia sottile eterea nei vortici, è una proprietà dello spazio e non della materia che non è altro che estensione.

Le elaborazioni di Descartes furono duramente criticate da Leibniz che, nel 1686, pubblicò un lavoro che fece molto discutere, *Brevis demonstratio erroris memorabilis Cartesii*. In esso Leibniz argomentò contro il meccanicismo cartesiano soprattutto perché riduceva proprio la materia ad estensione, la rendeva divisibile in atomi indivisibili, la rendeva passiva, la separava dal mondo del pensiero. L'estensione che ha tante proprietà (omogeneità, geometria, uniformità) non è in grado di spiegare il movimento e particolarmente la resistenza dei corpi ad esso. Con queste premesse il bersaglio di Leibniz è la pretesa conservazione della quantità di moto che, nelle ipotesi di Descartes, sarebbe il prodotto di una estensione per una velocità scalare (non vettoriale). Leibniz afferma che la conservazione non riguarda tale grandezza ma la forza viva (*vis viva*) che corrisponde a quella che noi chiamiamo energia cinetica (prodotto di massa per quadrato della velocità). Il problema che Leibniz pone è una conservazione dinamica (la sua) rispetto ad una statica (quella di Descartes). Se poi si va ad indagare in cosa consista tale forza viva si scopre che si tratterebbe di una entità metafisica in contrasto con il meccanicismo cartesiano. Quindi materia (entità passiva, o inerzia o impenetrabilità o resistenza agli urti) e moto (che si esprimono insieme in natura come *vis viva*) sono fenomeni che rappresentano realtà metafisiche. In tale visione i corpi fisici sono l'insieme di punti metafisici o centri di forze creati da Dio e dette *monadi* (il differenziale in matematica come si intuisce in altre elaborazioni di Leibniz) nelle quali si ricostituisce l'unità tra fisico e metafisico, tra materia e spirito. Ho riportato queste idee di Leibniz, non tanto perché attinenti a quanto studiamo (anche se fanno capire che qui non è il caso di andare a ricercare le quantità di materia o i pesi), quanto per il fatto che alcuni scienziati, in seguito, si rifaranno a lui (Faraday, ad esempio).

GALILEO, GIOVANNI BATTISTA BALIANI, EVANGELISTA TORRICELLI

Ed è ora di riportare qui i contributi, del tutto trascurati da Jammer, di Galileo, di G. B. Baliani e di Torricelli, tra l'altro gli unici del tempo, immuni da spiegazioni metafisiche per questioni fisiche.

Inizio con una questione di metodo alla quale ho già accennato.

Nel *Dialogo sui massimi sistemi* (1632), quando salta fuori il problema della natura della gravità, possiamo leggere quanto segue:

"Salviati — ... dico che quello che fa muovere la Terra è una cosa simile a quella per la quale si muove Marte, Giove, e che è credo che si muova anche la sfera stellata; e se egli mi assicurerà chi sia il movente di uno di questi mobili, io mi obbligo a saper dire chi fa muovere la Terra. Ma più, io voglio far l'istesso s'ei mi sa insegnare chi muova le parti della Terra in giù.

Simplicio — La causa di quest'effetto è notissima, e ciaschedun sa che è la gravità.

Salviati — Voi errate, signor Simplicio ; voi dovevi dire che ciaschedun sa che ella si chiama gravità. Ma io non vi domando del nome, ma dell'essenza della cosa... "

Questo è il corretto atteggiamento di Galileo: per sapere cos'è una cosa non basta darle un nome e Galileo non ha elementi per entrare a discutere di gravità. Invece di addentrarsi in disquisizioni che, in mancanza di elementi concreti, non potrebbero che perpetuare il metodo della scolastica, egli sospende il giudizio.

Per ciò che riguarda la massa le cose procedono allo stesso modo. Galileo non si addentra in ciò che non comprende bene: ha già un'enormità di problemi da dover risolvere ... Ma dove ha elementi sperimentabili dice cose di estremo interesse che sopravanzano qualunque altro contemporaneo.

Nei *Discorsi intorno a due nuove scienze* (1638) Salviati sta

discutendo con Simplicio della caduta dei gravi; il problema è se due gravi di massa (come diremmo oggi) diversa cadano con uguali o diversi *gradi di velocità*.

Supponiamo sia vero quanto afferma Aristotele: due gravi di diversa massa cadono con *gradi di velocità* diversi.

Consideriamo due pietre: una *grande* che cada con 8 gradi di velocità ed una *piccola* che cada con 4 gradi di velocità. Se leghiamo la pietra grande con la piccola, la grande sarà ritardata dalla più piccola mentre la più piccola sarà accelerata dalla più grande, di modo che i gradi di velocità del sistema dovrebbero essere non superiori ad 8.

Simplicio è d'accordo con questa argomentazione di Salviati il quale, però, continua osservando che i due gravi legati costituiscono un grave *più grande del grande*, allora esso dovrebbe discendere con più di 8 gradi di velocità.

Ammettendo Aristotele, si arriva dunque all'assurdo di ammettere che oggetti più gravi cadono più lentamente di oggetti meno gravi.

Simplicio si sente frastornato da questo ragionamento e osserva che gli pare che il grave più piccolo aggiunto al più grande gli aggiunga peso ma non capisce come non possa aggiungergli velocità.

Galileo aggiunge subito dopo, per bocca di Salviati, in risposta a Simplicio delle considerazioni di estremo interesse:

"Salviati — Qui commettete un altro errore, Sig, Simplicio, perché non è vero che quella minor pietra accresca peso alla maggiore.

Simplicio — Oh, questo passa bene ogni mio concetto.

Salviati — ... avvertite che bisogna distinguere i gravi posti in moto da i medesimi costituiti in quiete. Una gran pietra messa nella bilancia non solamente acquista peso maggiore col sovrapporgli un'altra pietra, ma anco la giunta di un pennechio di stoppa lo farà pesar più quelle sei o dieci once che peserà la stoppa; ma se voi lascerete cader da un'altezza la pietra legata con la stoppa credete voi che nel moto la stoppa graviti sopra la pietra, onde gli debba accelerar il suo moto ... ? Sentiamo gravitarci sulle

spalle mentre vogliamo opporci al moto che farebbe quel peso che ci sta addosso; ma se noi scendessimo con quella velocità che quel tal grave naturalmente scenderebbe, in che modo volete che ci preme e graviti sopra? Non vedete che questo sarebbe un voler ferir con la lancia colui che vi corre innanzi con tanta velocità, con quanta o con maggiore di quella con la quale voi lo seguite? Concludete pertanto che nella libera e naturale caduta la minor pietra non gravita sopra la maggiore, ed in conseguenza non le accresce peso, come fa nella quiete".

Galileo non possiede il concetto di massa (per lui è un qualcosa di primitivo) e conseguentemente non ha il concetto di forza come causa di accelerazione ma sa cogliere con chiarezza uno degli aspetti delle differenti proprietà inerziali e gravitazionali dei corpi e, in qualche modo, una delle differenze tra quelle che oggi chiameremmo masse inerziali e gravitazionali, fatto che permette di vedere sotto una nuova luce il suo contributo al principio d'inerzia (coscienza delle azioni che originano variazioni di velocità) e, perché no?, alla dinamica. Eppure, nonostante questa coscienza avanzata dei fenomeni coinvolti nella gravità, Galileo non entra in disquisizioni sulla sua natura. E anche questa è una indicazione di metodo che qualcuno, sovrapponendo conoscenze di oggi ad una distesa indagine storica, non riesce a vedere.

Ma Galileo dal 1613 intratteneva anche una feconda corrispondenza con il genovese Baliani tramite una presentazione del Salviati, il quale definiva Baliani “*uno che si ride di Aristotile e di tutti i peripatetici*” e che “*a molte cose mi ha date le istesse ragioni che ho intese da lei*”. Il carteggio durò fino alla morte dello scienziato pisano, e fino al 1638 rimane l'unico documento dell'operosità scientifica del genovese. Nel 1638 infatti Baliani pubblicò una sua importante opera sul moto, *De motu naturali gravium solidorum*, rivista ed ampliata nel 1646. E' interessante leggere almeno parte dell'introduzione di tale lavoro per capire gli enormi passi in avanti fatti in pochi anni nella comprensione del concetto di massa (quantità di materia) e del come il concetto si andava distinguendo da peso, volume e densità.

Nel 1611 ... nei pochi mesi in cui, in osservanza alle leggi della mia città, ricoprivo l'incarico di prefetto della fortezza di Savona, assistendo alle esercitazioni militari compresi che le munizioni di ferro e di pietra usate nelle macchine belliche, e dunque anche tutti i corpi gravi, di specie uguale o diversa, e notevolmente diseguali in mole e gravità, percorrevano nella caduta naturale il medesimo

spazio con tempo e moto uguali; ciò avveniva con straordinaria uniformità perché, ripetendo l'esperimento, constatai che due siffatti globi, entrambi di ferro, oppure l'uno di pietra e l'altro di piombo, lasciati andare nel medesimo istante da un'altezza di cinquanta piedi, giungevano al suolo in un indivisibile istante di tempo, sì che i due colpi si percepivano come uno solo, nonostante l'uno pesasse una libbra e l'altro cinquanta.

Mi ripetevo che, secondo la sentenza comunemente accolta, i gravi si muovono di moto naturale seguendo il rapporto delle loro gravità. Così decisi di mettere ulteriormente alla prova quell'enunciato, nel senso che, forse, esso descriveva correttamente la caduta di corpi aventi pressappoco la medesima mole ma peso sensibilmente diverso, ad esempio uno di piombo e l'altro di cera: sperimentai un tempo di caduta appena maggiore nel corpo di cera, ma tuttavia decisamente inferiore al rapporto delle gravità, dal momento che in una caduta di cinquanta piedi il globo di cera si trovava a distare circa un piede dal suolo nell'istante in cui quello di piombo lo colpiva, per via dell'aria interposta, ritengo, che ne ritardava il movimento ostacolandolo sensibilmente.

Decisi di approfondire l'indagine, e sospesi a cordicelle uguali sfere di materiali e gravità differenti; compresi che esse, una volta poste in movimento, si muovevano in tempi uguali, e che mantenevano tale uguaglianza tanto fedelmente che una sfera di piombo di due onces, un'altra di due libbre, una di ferro di trentaquattro libbre e una di pietra di quaranta libbre, nonché un sasso informe, le cui corde di sospensione, sommate al raggio di ciascuno, fossero tra loro uguali, si muovevano in un medesimo intervallo temporale e compivano il medesimo numero di vibrazioni, indipendentemente dal maggiore o minore spazio percorso, poiché il pendolo spinto con maggior impeto percorreva sì uno spazio maggiore, ma con altrettanto maggiore velocità.

*Nel corso di tali esperienze osservai con sorpresa che globi sospesi a cordicelle diseguali si muovevano di moto diseguale, e in modo tale che le lunghezze stavano tra loro come i quadrati della durata dei movimenti. Inoltre, poiché le suddette osservazioni dimostravano a sufficienza che nel moto naturale dei gravi non si conserva la proporzione - generalmente fin qui accettata - delle gravità, **mi risolsi ad attribuire alla gravità il ruolo dell'agente, e alla materia***

*o, se si preferisce, al corpo materiale, quello del paziente, e a stimare perciò che i gravi si muovano secondo la proporzione tra gravità e materia; di conseguenza, fintanto che si muovono naturalmente lungo la perpendicolare senza impedimento di sorta, si muovono ugualmente, dato che a maggior gravità corrisponde parimenti maggior materia, ovvero quantità materiale; quando invece sopravviene qualche resistenza, allora **il moto è regolato dall'eccesso della virtù attiva rispetto alla resistenza passiva**, ovvero agli impedimenti del moto. ...*

La citazione è lunga ma era necessaria per come chiaramente vengono messi in gioco tutti i termini del problema del quale mi occupo. E Baliani ricava questo a partire da dati empirici che poi divengono esperienze con tutte le elaborazioni teoriche, che vengono diffusamente illustrate nelle pagine che seguono. E' uno degli esempi più significativi della scienza galileiana che si fa strada e che fornisce agli studiosi che seguiranno oltre alle elaborazioni un metodo di lavoro estremamente potente ed efficace. In particolare, il fatto che il peso (*gravità*) si comporta come *agente* e la materia come *paziente*, sarà letteralmente ripreso da Newton allo stesso modo di *virtù attiva* e *resistenza passiva*, come vedremo (ma Newton e quasi tutti gli altri scienziati dell'epoca, tradiranno lo spirito galileiano rimettendo in ballo qua e là la metafisica. Solo Huygens, che fonda una meccanica esterna a quella newtoniana, può essere definito uno scienziato galileiano).

Dal brano riportato si vede chiaramente che Baliani non si ferma alla distinzione tra massa (quantità di materia) e peso, ma riesce a scorgere il profondo significato del fatto che i gravi cadenti hanno tutti la stessa accelerazione: pur riferendosi solo al peso e alla massa vede già il fatto fondamentale che noi oggi esprimiamo dicendo che «la massa inerte [proprietà per cui la materia reagisce alle azioni modificatrici del suo stato di quiete o di moto uniforme e rettilineo] è proporzionale alla massa gravitazionale [proprietà per cui la materia è attratta, e attrae, altra materia]». Ma l'indagine prosegue e Baliani si chiede perché due palline uguali A e B di cui una pesa il triplo dell'altra (mettiamo A di platino, B di ferro), cadono con identica accelerazione? La risposta è semplice: per il fatto che se A è spinta con forza tripla di B, essa ha, però, anche massa tripla: è tripla la potenza di azione, ma è tripla anche la resistenza: i due fatti si compensano perfettamente. E da ciò egli ricava che:

I gravi si muovono secondo la proporzione dei loro pesi alla loro materia, onde se cadono senza impedimento,

verticalmente, si devono muovere tutti con la stessa velocità, poiché quelli che hanno più peso hanno anche più materia o quantità di materia.

E ciò vuol dire è proprio della natura dei gravi, che il loro peso è connesso alla quantità di materia, e sempre la segue, a questa condizione: tanto è il peso, cioè la sua potenza di azione, altrettanta è la materia, cioè la resistenza. E da ciò seguono effetti uguali (cioè uguali accelerazioni). Se dovessimo oggi scrivere in formula quanto Baliani sostiene dovremmo scrivere che l'accelerazione **a** di un grave in caduta è il rapporto tra il suo peso **p** e la sua massa **m**:

$$a = p/m \quad \Rightarrow \quad p = ma$$

(e ciò vuol dire che di tanto cresce il peso, di tanto cresce la massa con la conseguenza che l'accelerazione, rapporto tra le prime due grandezze, si mantiene costante). E se si fa attenzione la relazione scritta non è che un caso particolare della seconda legge di Newton **F = ma** (che è qui solo riferito ad una particolare forza, il peso **p**). Nel Libro IV, infine, vi è un ribadire di nuovo il concetto precedente:

la natura dei gravi è tale che il loro peso sia connesso alla materia e sempre la segua a tale condizione: che quanto è il peso, ossia la sua potenza d'azione, altrettanta sia la materia e perciò la resistenza; dal che infine seguono effetti uguali.

E poiché Baliani è poco conosciuto, non è male aggiungere qualcosa anche se apparentemente distante da quanto discuto. In tutto il Libro I del *De motu* vengono trattate tutte le possibile cadute di gravi mediante pendoli, piani inclinati e libere e non si fa mai riferimento alle diverse masse parlando genericamente solo di *gravi*, con ciò mostrando di aver compreso, con Galileo e come diremmo oggi, l'indipendenza della caduta di un grave dalla sua massa. Nell'introduzione al Libro III (aggiunto nel 1646) si enuncia con chiarezza il principio d'inerzia con le parole che seguono:

Poiché dunque, come si è appena detto, il mobile che è stato messo in movimento si muove in seguito uniformemente senza bisogno di alcun motore, sembra legittimo inferire che il moto produce il moto, o meglio il perseverare del moto e, per così dire, la sua stessa

estensione e prolungamento, in quanto ogni volta che il mobile è stato messo in movimento diventa adatto e virtualmente capace di muoversi immediatamente nello stesso modo. Queste considerazioni mi suggerirono l'idea che l'essenza dei mobili consistesse nel comportamento indifferente nei confronti tanto della quiete quanto di qualsiasi moto, cosicché, ogni qual volta si sia dato un movimento, e da qualunque causa provenga, naturale o violenta, ad esso succeda un movimento simile, ovvero il medesimo movimento di prima perseveri con la stessa velocità che aveva assunto in un istante qualunque, fino a che non venga ostacolato. Tali riflessioni mi indussero inoltre a credere che questa prosecuzione del movimento, che scaturisce in modo così immediato dalla natura del mobile, fosse probabilmente l'unica e semplice causa dalla quale derivano tutti quegli effetti e proprietà che noi percepiamo nei fenomeni di movimento sia naturale che violento.

Alla fine di questo paragrafo debbo accennare al fatto che un altro allievo di Galileo, Evangelista Torricelli, riuscì a discutere di meccanica completamente al di fuori di ogni metafisica e quindi di cause occulte. Fu Torricelli il primo che si pose il problema dinamico dell'indagine delle cause del moto, del capire la natura di quella che oggi chiamiamo forza (legata come sappiamo oggi al concetto di massa che stiamo studiando). Torricelli restava insoddisfatto della posizione di Galileo sulla caduta dei gravi e quindi sul problema della *gravitas* degli oggetti. Galileo, che aveva dovuto districarsi tra migliaia di concetti confusi, che aveva dovuto sistematizzare quanto noto, era restio a mettere in ballo nomi che spiegassero qualcosa. Il nome non spiega nulla ed egli, in mancanza di spiegazioni, si rifiutava perfino di chiamare le cose in un certo modo come abbiamo visto un poco più su. Ma fatta proprio da Galileo la prima chiarezza, essendosi sfolte e chiarite le difficoltà di base, da quel punto era più semplice individuare i singoli problemi e tentare di risolverli. Il problema della *gravitas* fu posto da Torricelli nel modo seguente (in *Della forza della percossa*, una parte delle sue *Lezioni accademiche*, che videro la luce postume nel 1715). Se per spezzare una lastra di marmo occorrono 1000 libbre sistemate su di essa, come mai è possibile spezzarla anche facendo cadere su di essa solo 100 libbre da una data altezza? La risposta che si diede era che la *gravitas* è una proprietà interna al corpo che fornisce ogni istante un impulso pari al peso del corpo. Poggiare le 100 libbre su una lastra comporta disporre di una sola parte della proprietà della *gravitas*, quella statica che viene annullata dalla resistenza della lastra. Quando un

oggetto è in caduta dispone anche degli impulsi della *gravitas*: ad ogni istante (unità elementare di tempo, indivisibile ed infinitamente piccola; ndr) si genera un impulso che si somma al precedente in modo che dopo la caduta da una certa altezza si è accumulato tanto impulso in grado di rompere la lastra. Ed in definitiva, la *gravitas* di cento libbre sommata all'impulso accumulato nella caduta, se arriva alle mille libbre, è in grado di rompere la lastra. Ma leggiamo questo argomento direttamente dalla parole di Torricelli:

Sottopongasi alla nostra contemplazione una tavola di marmo, la quale, per essere spezzata senza forza di percossa alcuna, ricerca di avere sopra di sé un grave quiescente che pesi non meno di mille libbre. Se un altro grave, che pesi solamente libbre cento, sarà posto quiescente sopra la medesima tavola, non averà per certo forza tale che sia bastante per romperla; poiché a questo effetto vi vogliono non cento, ma mille libbre di peso, come supponemmo. È dunque manifesto che il momento, o vogliam dire attività di cotal grave, per rompere il piano sottoposto, per sé solo sarebbe come nulla. Non si nega che il momento di tal grave non sia cento libbre come realmente egli è et che, moltiplicato, non possa rompere la tavola; ... Ora, senza moltiplicare la materia, io credo che, moltiplicandosi il tempo produttore dei momenti, et insieme trovando qualche modo di conservare i momenti prodotti dal tempo, noi averessimo l'istesso effetto et l'istesso accrescimento di forza. ... La gravita nei corpi naturali è una fontana, dalla quale continuamente scaturiscono momenti. Il nostro grave produce in ogni istante di tempo una forza di cento libbre; adunque in dieci istanti o, per dir meglio, in dieci tempi brevissimi, produrrà dieci di quelle forze di cento libbre l'una, se però si potessero conservare. Ma sin tanto che egli poserà sopra un corpo che lo sostenga, non sarà mai possibile di aver l'aggregato delle forze, che desideriamo, tutte insieme; poiché subito, quando la seconda forza o momento nasce, la precedente è già svanita o, per così dire, è stata estinta dalla contrarietà repugnante del piano sottoposto, il quale, nel medesimo tempo in che nascono detti momenti, gli uccide tutti successivamente un dopo l'altro. ... Io dico che detti momenti si conserveranno e si aggregheranno insieme. Ciò è manifesto per l'esperienza continua dei gravi cadenti e del moto accelerato, vedendosi che i gravi, dopo le cadute, hanno maggior forza che non avevano quiescenti. Ma anco

la ragione lo persuade; poiché se quell'ostacolo sottoposto, colla continua repugnanza del suo odioso toccamento, estingueva tutti i predetti momenti, ora che è levato l'ostacolo, dovrà, colla remozione della causa, esser rimosso anco l'effetto. Quando poi il grave, dopo la caduta, arriverà alla percossa, non applicherà più, come faceva prima, la semplice forza di cento libbre, figlia di uno istante solo, ma le forze moltiplicate, figlie di dieci istanti, che saranno equivalenti a libbre mille: tante, per appunto, quante ne voleva il marmo unite et insieme applicate per restar rotto e superato.

Il linguaggio è difficile perché difficile è riconoscere i concetti e le espressioni che usiamo oggi. Ma in questo modo si usciva dal pantano che si aveva, pantano, come accennato di confusione e di bisogno di sistematizzazione dei concetti, non solo verbalmente, ma anche e soprattutto sperimentalmente. E, se si fa caso, origine ulteriore di difficoltà è la mancanza di formalizzazione. La tanto vituperata matematica da qualche lettore, dovrebbe riacquistare credito dal confronto di quanto semplifica rispetto a quanto leggiamo qui. Ed in proposito è utile leggere oltre questo brano di Torricelli perché si scopre che dietro le sue parole si nasconde la definizione moderna di *impulso* che è in realtà il concetto primitivo di *forza* che ciascuno di noi ha (la forza della definizione newtoniana è un qualcosa con cui raramente si ha a che fare, contrariamente all'impulso, cioè ad una forza applicata per un tempo breve: un calcio, uno schiaffo, una spinta, ...). Dice Torricelli:

se la forza delle percossa fusse infinita, dovrebbe ogni percossa, benché piccola, fare effetto infinito; ma noi vediamo che qualunque percossa, benché grande, fa effetto terminato, et anco spesse volte insensibile; come chi battesse sopra l'incudine col martello, che fa egli più di quello che farebbe se ve lo tenesse fermo? A questo si risponde così: allora seguirebbe l'effetto infinito ad ogni benché piccola percossa, quando la percossa fusse momentanea, cioè quando il percoziente applicasse tutto quel cumulo di momenti che egli ha dentro di sé aggregati insieme, che sono veramente infiniti, e gli conferisse tutti al suo resistente in un solo istante di tempo. Ma se, nell'applicargli, gli applica con qualche spazio di tempo, non è più necessario che l'effetto segua infinito, anzi può esser minimo, però nullo mai.

ed a causa dell'elasticità dei corpi, come mostrato da Galileo, gli urti si estendono nel tempo, e quanto più questo è lungo tanto minore sarà la forza esercitata. Così, la creazione di momento è identica alla sua distruzione che, detto in formule vuol dire che:

$$F \cdot \Delta t = \Delta mv$$

e cioè che il prodotto di una forza costante per tutto il tempo in cui agisce, è uguale al cambiamento del momento o quantità di movimento.

Le cose di Torricelli non furono conosciute con l'ampiezza che meritavano nel suo tempo e, con Westfall, non credo che avrebbero avuto il successo che meritavano. Huygens fu uno dei pochi che le conobbe, particolarmente la proposizione di Torricelli che affermava:

Due gravi congiunti non possono mettersi in movimento a meno che il loro comune centro di gravità non discenda

che vuol dire che una bilancia è in equilibrio se il moto delle sue braccia non abbassa il centro di gravità comune, oppure che se due corpi vengono collegati mediante una fune sopra una puleggia, uno cade spingendo l'altro verso l'alto solo se il centro comune di gravità si abbassa scendendo. Era la chiave del passaggio ai sistemi a molti corpi. E questa (ricerca del centro di gravità), come vedremo, sarà una delle basi di partenza per lo sviluppo della meccanica di Huygens.

Torricelli morì prematuramente, in tempo per salvarsi dalle persecuzioni della Chiesa che mal vedeva il suo rifiuto dell'*horror vacui* di aristotelica memoria. Infatti, già qualche anno prima della sua scomparsa, così gli scriveva il suo corrispondente Ricci (18 giugno 1644)

Stimo che sarà pur troppo nauseato dalla temeraria opinione de' suddetti Teologi, e dal costume suo costante di meschiar subito le cose di Dio ne' ragionamenti naturali, dove che quelle dovrebbero con maggior rispetto, e riverenza esser trattate.

Il vuoto scoperto da Torricelli comportava la discontinuità della materia e con esso la possibilità di esistenza di atomi; e l'atomismo era combattuto dalla Chiesa, oltre che per il richiamo a filosofi atei e materialisti come Democrito, a causa delle difficoltà che, secondo alcuni teologi, da esso sarebbero potute scaturire ancora per una fedele interpretazione del dogma della transustanziazione.

CHRISTIAAN HUYGENS

Dopo aver discusso, nel *De motu corporum ex percussione* (1668), e spiegato gli errori cartesiani alla conservazione della quantità di moto, fornendone una moderna formulazione, gli studi di Huygens si appuntarono sui moti circolari di corpi rigidi e sull'insorgere delle forze centrifughe. Nel suo *De vi centrifuga* (pubblicato postumo nel 1703) studiò l'intensità della *forza centrifuga* (ed il termine fu coniato da Huygens stesso) di un corpo in rotazione o in rivoluzione. L'interesse per questo problema gli nasceva dallo studio degli orologi a pendolo e dalle oscillazioni ad arco di cerchio delle masse rigide pendolari, problemi che aveva affrontato ampiamente nel suo *Horologium oscillatorium* del 1673. Egli osservò che un corpo rigido che si muove di moto circolare uniforme ha la tendenza (il *conatus*) a spostarsi verso la periferia e, tale tendenza, è del tutto simile a quella di un corpo in caduta, e quindi dei corpi pesanti sospesi ad un filo. Per Huygens forza centrifuga e peso, erano più che fenomeni simili; essi dovevano anche essere complementari. L'influenza della sua formazione cartesiana (teoria dei vortici) gli faceva considerare il peso come una mancanza di forza centrifuga: la caduta di una pietra avviene in corrispondenza ad una piccola quantità di materia che si allontana dalla Terra. Nelle sue elaborazioni trovò che:

le forze centrifughe dei corpi mobili ineguali, ma mossi secondo circonferenze eguali e con eguali velocità stanno tra loro come la gravità o quantità solide dei corpi

e che la forza centrifuga aumenta in proporzione con il peso (o materia solida) del corpo. Da qui, con elaborazioni geometriche accuratissime, trovò la relazione che ci fornisce la forza centrifuga:

$$(1) \quad F = \frac{mv^2}{r}$$

e nella formula **F** è la forza centrifuga, **v** è la velocità tangenziale del corpo in rotazione, **r** è la distanza del corpo in rotazione dal centro della traiettoria circolare ed **m** è proprio la materia solida del corpo (concetto molto vicino a quello di massa).

NEWTON: LA DEFINIZIONE DI MASSA

Galileo e la sua scuola avevano iniziato a sistematizzare la gran mole di conoscenze che via via, in lunghi e travagliatissimi anni, dominati dall'oscurantismo della Chiesa, si erano accumulate. Con loro nasceva una scienza nuova, quella del moto, in gran parte solo cinematico. Abbiamo visto che con la *percossa* si intendeva una sorta di impulso (una forza per un dato tempo) come oggi lo chiameremmo. Quindi nell'aria vi era l'idea di introdurre la causa del moto che non fosse solo la gravità. Con la gravità le cose erano state risolte a buon punto da Baliani e da Torricelli che aveva iniziato a porre chiaramente l'idea di causa del moto in generale. Per altri versi Huygens aveva creato una sorta di parallelismo tra peso e forza centrifuga. Si può dire che le elaborazioni che si andavano accumulando, corroborate da una grande varietà di dati sperimentali e da elaborazioni teoriche che si andavano formalizzando per via ancora del tutto geometrica, erano ormai ad un punto di maturazione nel quale si poteva pensare a dare una organicità all'intera materia. E fu Newton che fece il grande balzo dalla cinematica alla dinamica, dal moto alle sue cause, ricavandone le leggi ed introducendo il concetto di forza. Per far tutto questo, e basta leggere la sua opera principe di meccanica per rendersene conto, gli fu in dispensabile definire, proprio come primissimo concetto in apertura dei *Philosophiae Naturalis Principia Mathematica* (1687), il concetto di massa.

L'opera, che assiomatizza tutto ciò che si conosceva di meccanica con sostanziali contributi dello stesso Newton, si apre con una parte di grande importanza, le *Definizioni* e gli *Assiomi*, che definiscono appunto i concetti base della meccanica.

Le *Definizioni* si aprono così:

DEFINIZIONE I

La quantità di materia è la misura della medesima ricavata dal prodotto della sua densità per il volume.

e, più oltre, Newton dice:

In seguito indicherò questa quantità indifferentemente con i

nomi di corpo o massa. Tale quantità diviene nota attraverso il peso di ciascun corpo. Per mezzo di esperimenti molto accurati sui pendoli, trovai che è proporzionale al peso ...

Questa definizione, probabilmente scritta in ogni testo elementare di fisica ed apparentemente innocua, ha messo in moto una quantità incredibile di obiezioni che ancora non si sono definitivamente placate. Con ogni cautela, per quanto dirò più oltre, la questione si pone in questi termini. Per definire una qualunque cosa, oggetto, concetto, è indispensabile farlo con cose, oggetti e concetti noti. Se ciò non è ci rincorriamo in un circolo vizioso di definizione attraverso cose non definite (supponiamo di definire 'caverna' come 'grotta', se uno poi chiede cos'è una grotta non possiamo dire che la grotta è una caverna). La quantità di materia, che da ora chiamerò massa, è definita mediante il volume e la densità. Per il volume non vi sono problemi ma per la densità ve ne sono perché questa quantità è definita come il quoziente della massa di una sostanza ed il suo volume. Si capisce immediatamente che resta da definire o la massa o la densità. Sarà Mach nel 1883 (duecento anni dopo) a porre con forza tale problema e ad introdurre la definizione di massa come rapporto tra forza ed accelerazione (ma su questo tornerò più oltre). Pala, che ha curato la traduzione commentata italiana dei *Principia*, ricorda che E. A. Burt (The *Metaphysical Foundations of Modern Science*, 1924) aveva osservato che dopo tutto Newton poteva valersi solo di parametri che allora erano familiari e questa cosa rappresentava già un grande progresso; come alternativa aveva il presentare la massa come concetto primitivo. Ma, a ben vedere, Newton non entrò nel circolo vizioso poiché, quando nel seguito parla di densità lo fa senza definire questa grandezza ma dandola come primitiva. Anche così però si resta insoddisfatti tanto che uno dei curatori di una delle edizioni dell'opera di Newton, H. Pemberton, quando scrisse un lavoro divulgativo (*A view of sir Isaac Newton's philosophy*, 1728), definì la quantità di materia come la misura dell'inerzia dei corpi (*vis inertiae*).

Questa prima definizione permette a Newton di dare le successive nelle quali tale concetto di massa è ampiamente utilizzato. E si coglie immediatamente il fatto che la definizione di massa permette da subito l'avvio della dinamica. In particolare, dopo la definizione della quantità di moto, di inerzia della massa (forza insita), di forza impressa (quella capace di mutare lo stato di quiete o di moto di una data massa), ... vengono gli *Assiomi* e, dopo la Legge I (principio d'inerzia)

Ciascun corpo persevera nel proprio stato di quiete o di

moto rettilineo uniforme, eccetto che sia costretto a mutare quello stato da forze impresse.

e prima della Legge III (principio di azione e reazione)

Ad ogni azione corrisponde una reazione uguale e contraria: ossia, le azioni di due corpi sono sempre uguali fra loro e dirette verso parti opposte,

viene la

LEGGI II

Il cambiamento di moto è proporzionale alla forza motrice impressa, ed avviene lungo la linea retta secondo la quale la forza è stata impressa

Si tratta della *seconda legge* della dinamica, quella riassunta comunemente dalla formula

$$(2) \quad F = m \cdot a$$

(per essere precisi si dovrebbe dire $F = k \cdot m \cdot a$ dove il coefficiente di proporzionalità k viene posto uguale ad 1, dopo opportuna scelta delle unità di misura della forza). Anche qui sono sorti dei problemi, questa volta non dovuti a Newton. Infatti tale legge era formulata in latino da Newton nel modo seguente:

Variationem motus proportionalem esse vi motrici impressae et fieri secundum lineam rectam qua vis illa imprimitur

Il problema lo pose Planck nel 1906 (*Das Prinzip der Relativität und die Grundgleichungen der Mechanik*), discutendo del recentemente pubblicato articolo di Einstein sulla relatività (*Sull'elettrodinamica dei corpi in movimento*, 1905). Planck metteva in discussione l'uso che acriticamente Einstein aveva fatto di quella relazione $F = m \cdot a$. Tutto discendeva da una traduzione mal fatta di quel termine *variationem motus* che doveva essere inteso diversamente e non come avevano per due secoli sempre tradotto svariati storici. Con *variazione di moto* non si doveva intendere l'*accelerazione* ma la *variazione della quantità di moto*. Tale diversa traduzione avrebbe permesso di scrivere:

$$(3) \quad \Delta(m \cdot v) = F \cdot \Delta t$$

[l'impulso $F \cdot \Delta t$ che riceve un dato corpo è uguale alla variazione di quantità di moto $\Delta(m \cdot v)$ di quel corpo] che è [espressione utilizzabile in relatività, contrariamente alla \$F = m \cdot a\$](#) come Planck aveva correttamente osservato. Ma da qui discendono altre conseguenze che discuterò però al momento opportuno. Comunque, sulla difficoltà sollevata da Planck, Gliozzi osserva, con una qualche ragione, che filologicamente, poiché Newton parla esplicitamente di *forza impressa* e non di *impulso*, la versione tradizionale sembra la più corretta mentre l'altra, suggerita da Planck, sembra piuttosto discendere dal senno di poi. Ed aggiunge una considerazione condivisibile:

La definizione newtoniana di quantità di materia è certamente difettosa, e tuttavia questa manchevolezza non impedì di essere posta a base del più grande, più organico, più coerente trattato di meccanica che sia stato mai scritto. Sicché non è vero che un ente non definito o malamente definito porti in sé qualcosa d'indeterminato e di vago, che si riverbera sui successivi concetti definiti mediante il primo. Spesso non si riesce a definire un ente, non perché esso sia poco chiaro, ma, al contrario, perché ci è troppo noto, tanto noto che non riusciamo a trovare concetti più semplici dai quali farlo dipendere.

Osservo che se non si ha una chiara definizione di massa, anche il concetto di forza sfugge. La Seconda legge definisce infatti la forza mediante la massa e risiamo quindi in un circolo vizioso. La cosa è tanto discutibile che su questa vicenda si sono innestate moltissime polemiche ancora oggi non placate. Io ci tornerò ma debbo qui dire che vari filosofi della natura considerarono la forza di Newton come un'entità metafisica. La frase in uso è che *tutti ne conoscono gli effetti ma le forze nessuno le ha mai viste*.

E vengo a quanto Newton aveva annunciato, il mostrare che la massa, cosa del tutto diversa dal peso, è proporzionale a quest'ultimo. Devo dire che, riguardo alla meccanica e per quanto risulta, questa è l'unica parte in cui Newton sperimentò. Si servì invece delle esperienze e dei risultati di tutti gli altri studiosi di tali problemi. Newton fu invece fecondissimo sia esperienze in ottica ma anche in alchimia. Devo anche aggiungere che riportare le dimostrazioni matematiche di Newton è molto complicato perché è difficilissimo per noi seguirne il ragionamento e le dimostrazioni, tutte geometriche (i metodi del calcolo, già sviluppati da Newton, non compaiono nei *Principia*) e

questo perché il linguaggio in cui si capivano i filosofi naturali dell'epoca era solo geometrico. Inoltre Newton era portatore di una gran mole di novità fisiche, complicare il tutto introducendolo anche con il [nuovo linguaggio delle flussioni](#) avrebbe fatto correre il rischio di un rifiuto generalizzato. Anche se altrimenti complesse, a noi contemporanei risultano più semplici le dimostrazioni newtoniane che utilizzano il calcolo e, quando si presenterà l'occasione, sarà con questo che tratterò i risultati di Newton.

Le innumerevoli ed accuratissime esperienze (un insieme di raziocinio matematico-geometrico ed esperienza) di Newton con i pendoli sono descritte nel Libro II dei Principia, dove misura la resistenza dell'aria dal decremento progressivo delle oscillazioni del pendolo (ripete quindi le stesse esperienze in acqua e mercurio). Attraverso tali esperienze, Newton mostra la proporzionalità esistente tra forza e peso. Per arrivare a rendere conto di ciò e per non lasciare a sole enunciazioni questa parte, occorre ricostruire (non storicamente ma logicamente) i vari passi seguiti da Newton, con l'ausilio di Max Born.

PESO, MASSA E PENDOLI

Se facciamo agire una forza (quella della Seconda Legge di Newton) su dei corpi troviamo che i corpi pesanti presentano una resistenza maggiore di quelli leggeri. Per chiarire, consideriamo due sfere A e B (delle stesse dimensioni), delle quali B sia due volte più pesante di A. Se applichiamo ad A e B, poste su una superficie piana, due spinte (impulsi) uguali, osserviamo che A si muove con velocità doppia di B. Ciò vuol dire che B presenta una resistenza doppia di A alla variazione di velocità. E' questo fatto, descritto in modo così grossolano, che porta ad affermare che le masse m sono proporzionali ai pesi P . Il rapporto tra massa e peso che è una quantità costante, lo possiamo indicare con g :

$$(4) \quad \frac{P}{m} = g \Rightarrow P = mg$$

Per vedere ciò in modo meno grossolano (si sono qui trascurate varie cose che non è ora il caso di mettere in gioco) si può ricorrere alla caduta libera o, che è lo stesso, al rotolamento delle sfere A e B su di un piano inclinato (anche il rotolamento prevede comunque l'ammissione

di importanti semplificazioni). Lasciate rotolare le sfere, partite allo stesso istante, si osserva che arrivano contemporaneamente in fondo al piano inclinato. (Questo risultato sembrerebbe in contraddizione con quanto visto prima. Si faccia però attenzione, mentre prima davamo una spinta - una forza per un tempo breve - e poi A e B si muovevano inerzialmente, ora su A e B agisce sempre la stessa forza fino all'istante in cui A e B arrivano in fondo al piano inclinato). La forza responsabile del moto è il peso; la massa determina invece la resistenza. Poiché tali grandezze sono fra loro proporzionali, un corpo pesante subirà una sollecitazione più forte di quella che si avrà per un corpo leggero, ma in compenso quest'ultimo offre una minor resistenza alla forza agente; le cose si sistemano in modo che il corpo leggero e quello pesante cadono o rotolano giù con la medesima velocità. Vediamo questo ragionamento con le formule introdotte precedentemente. Se nella (2) sostituiamo la forza F con il peso P (e ciò equivale a dire che il peso è una forza) e teniamo conto della (4), otteniamo subito che:

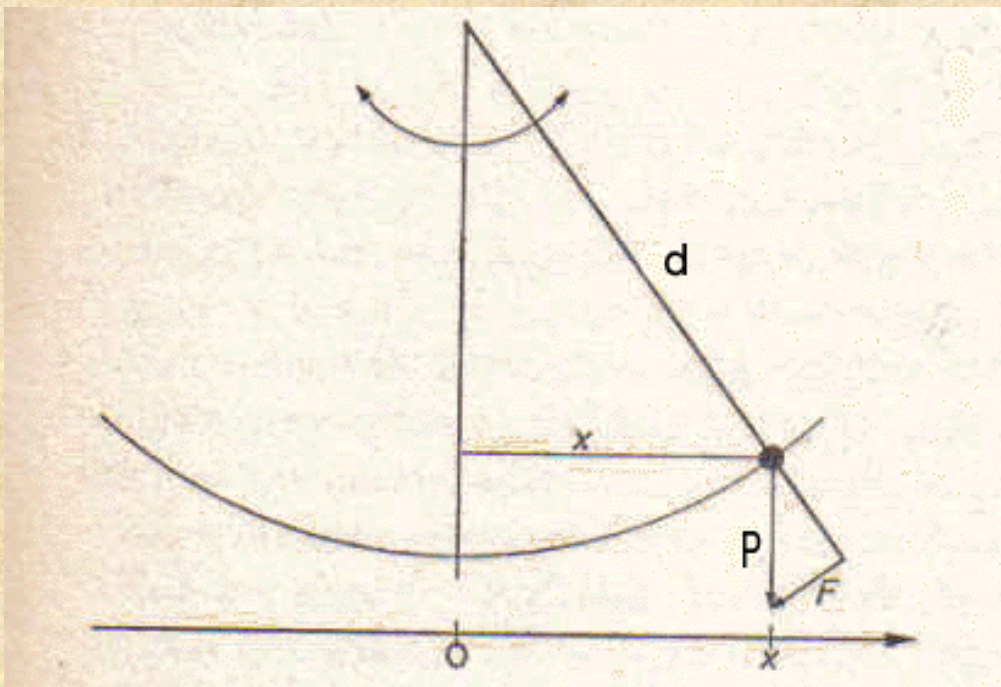
$$ma = P = mg$$

da cui

$$(6) \quad a = g.$$

e ciò vuol dire che corpi soggetti all'azione della gravità hanno tutti la stessa accelerazione g (diretta verso il basso lungo la verticale).

Torno ora a Newton che sperimentò quanto qui sopra detto, con gli annunciati pendoli. Egli osservò che i periodi d'oscillazione di pendoli di uguale lunghezza sono sempre gli stessi, qualunque sia il materiale che costituisce la sferetta oscillante. Scomponiamo la forza di gravità P che agisce sulla sfera (e responsabile dell'oscillazione) in due componenti: quella del prolungamento del filo che sostiene la sferetta e quella del movimento (la tangente alla traiettoria della sferetta).



Le forze che agiscono sulla sferetta di un pendolo

In figura è mostrato un pendolo la cui sferetta è stata spostata dalla sua posizione di equilibrio di un tratto x . Dalla similitudine dei due triangoli rettangoli che compaiono, si ricava la proporzione:

$$(7) \quad \frac{F}{x} = -\frac{P}{d}$$

dove il segno - indica che la forza F è diretta verso la posizione di equilibrio ($x = 0$).

Prima di procedere ricordo brevissimamente l'espressione dell'accelerazione in un moto circolare (il pendolo si muove lungo un arco di circonferenza e la forza F di figura è una forza centripeta). L'espressione per l'accelerazione centripeta⁽¹⁾ è:

$$(8) \quad a = \frac{v^2}{R}$$

Sostituendo tale espressione nella Seconda Legge si trova l'espressione per la forza centripeta::

$$(9) \quad \begin{aligned} F &= ma \Rightarrow \\ \Rightarrow F &= m \frac{v^2}{R} \end{aligned}$$

E la v che compare in questa relazione è la velocità lungo una circonferenza di raggio R e cioè:

$$(10) \quad v = \frac{2\pi R}{T} = 2\pi v \cdot R$$

(dove $2\pi R$ è la lunghezza dell'intera circonferenza e T - periodo - è il tempo necessario a percorrerla tutta e ricordando che il periodo T è l'inverso della frequenza v). Sostituiamo questa espressione nella (9) ed otteniamo:

$$(11) \quad F = m \cdot (2\pi v)^2 \cdot R$$

Non resta ora che mettere x al posto di R e tener conto di quel segno meno che rende conto della forza F che tende a riportare ad $x = 0$ la sferetta, per avere:

$$(12) \quad F = -m \cdot (2\pi v)^2 \cdot x$$

Supponiamo ora di avere due pendoli (come quello considerato più su) che abbiano pesi rispettivi P_1 e P_2 . Dalla relazione (12), per i due pesi, si ricava:

$$(13) \quad \begin{aligned} m_1 (2\pi v)^2 &= \frac{P_1}{d} \\ m_2 (2\pi v)^2 &= \frac{P_2}{d} \end{aligned}$$

da cui, confrontando le due relazioni (13), si trova:

$$(14) \quad \frac{P_1}{m_1} = \frac{P_2}{m_2} = (2\pi v)^2 d$$

Si ricava così un risultato estremamente interessante: per i due pendoli il rapporto tra il peso e la massa (rapporto che nella relazione 4 abbiamo indicato con g) è lo stesso. Si può ripetere l'esperienza con tutti i pesi P diversi che si vuole, si ricaverà sempre che il rapporto tra peso e massa ha lo stesso valore g , e quindi è costante. Per quel che riguarda poi g , si trova facilmente che:

$$(15) \quad g = (2\pi\nu)^2 d$$

relazione dalla quale si vede che g può essere determinata sperimentalmente misurando sia la lunghezza d che la frequenza ν del pendolo.

A questo punto riprendo la relazione numero (4) e la riscrivo così:

$$(16) \quad \frac{P}{g} = m$$

Osserviamo subito di avere una massa uguagliata ad un peso diviso per una costante g . Visto che il secondo membro della precedente uguaglianza è una massa, per il principio elementare di omogeneità, anche il primo membro dovrà essere una massa. Si ha una uguaglianza tra due masse che vengono, da questo momento, indicate come massa gravitazionale m_g (il primo membro) e massa inerziale m_i (il secondo membro). Come conclusione delle sue misure Newton dice che la *"differenza tra queste masse è minore di un millesimo"*. Tali esperimenti furono ripetuti con strumenti molto più raffinati da F. W. Bessel nel 1832 e da Eötvös nel 1890, confermando in pieno le elaborazioni di Newton. E' oltremodo utile affermare che da quanto sostenuto, in particolare con riferimento alla relazione (16), è lecito utilizzare la bilancia sia per il confronto di pesi che per quello di masse.

In definitiva vi è una coincidenza tra massa inerziale e massa gravitazionale, come aveva intravisto Galileo, che non si sa bene se come fatto fortuito o implicante argomenti più complessi. Servirà arrivare al 1905 e più oltre, ad Einstein, per iniziare a capirlo. E ciò non accontentandosi del prendere atto di una "coincidenza" ma ponendo tale coincidenza a fondamento di una nuova fisica.

LA GRAVITAZIONE

Kepler aveva stabilito tre leggi, di grande importanza, relative al moto dei pianeti intorno al Sole. Va detto che Kepler era un [mistico insopportabile](#). E' impossibile oggi leggere una sua opera tentando di capirvi qualcosa. Era intollerabile anche a degli spiriti semplicemente

razionali come Galileo. Tanto è vero che lo scienziato pisano non riusciva a leggere quanto scriveva Kepler per i suoi riferimenti ad armonie, a note musicali, a numerologie, a potenze divine, ad angeli, ... a tutto ciò che Galileo tentava di cacciare dall'ambito della filosofia naturale. Ma, dentro l'opera di Kepler, ben nascoste per la verità, insieme ad altre cose di estremo interesse, vi erano le sue famose tre leggi sul moto dei pianeti (alcuni storici, mossi da sciovinismo più che da una disamina oggettiva dei fatti, imputano a Galileo il non conoscere le leggi di Kepler. Se solo si leggono [alcune cose dello scienziato prussiano](#), si capisce bene il perché).

Newton, che era altro personaggio da Galileo, legato in vari modi alla metafisica, alla magia ed all'alchimia, non provava fastidio a leggere Kepler. Conosceva quindi le sue leggi, anche perché, rispetto a Galileo, erano trascorsi moltissimi anni (78, per la precisione). Le leggi di Kepler giocarono un ruolo importante nel processo che portò Newton a ricavare la legge di gravitazione universale.

Iniziamo con il ricordare le Leggi di Kepler:

- 1) i pianeti si muovono intorno al Sole in orbite ellittiche;
- 2) il raggio vettore che unisce il Sole e ciascun pianeta (o un pianeta ed i suoi satelliti) descrive aree uguali in tempi uguali;
- 3) i cubi delle distanze dal Sole di due o più pianeti stanno tra loro come i quadrati dei rispettivi periodi di rivoluzione [che si può anche dire: i quadrati dei tempi che i pianeti (o i satelliti) impiegano nella loro orbita variano col cubo delle loro distanze medie dal Sole (o dal rispettivo pianeta)]:

$$(17) \quad \frac{R_1^3}{R_2^3} = \frac{T_1^2}{T_2^2} \Rightarrow \frac{R_1^3}{T_1^2} = \frac{R_2^3}{T_2^2}$$

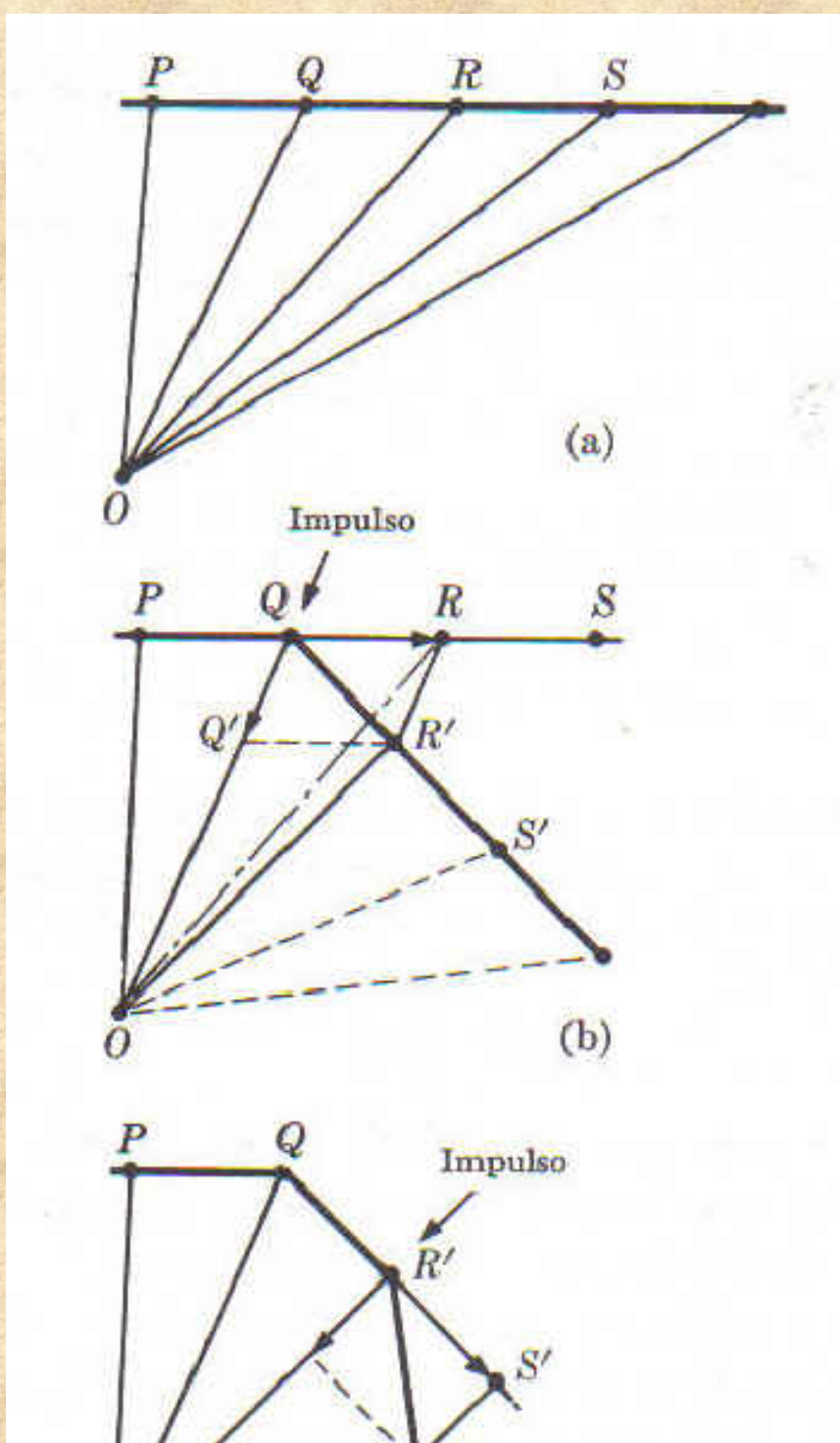
e poiché l'ultima uguaglianza vale per tutti i pianeti, ciò vuol dire che tra cubi delle distanze e quadrati dei periodi vi è un rapporto costante:

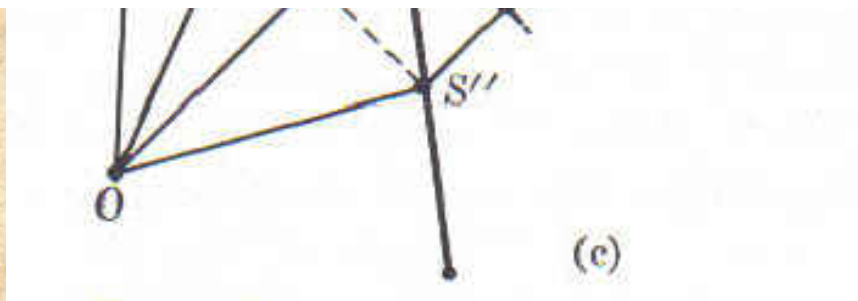
$$(18) \quad \frac{R^3}{T^2} = K \Rightarrow T^2 = \frac{R^3}{K}$$

Tralascio la Prima legge di Kepler perché Newton partì, per i suoi calcoli, dal supporre le orbite circolari (modificò in seguito tale assunto) e seguì la linea di pensiero di Newton, servendomi del libro di Holton e

Brush.

Intanto, se si ammette la Prima Legge di Newton (che abbiamo visto), occorre ammettere che, in assenza di forze, un corpo seguirebbe indefinitamente muovendosi in linea retta (o restando immobile: qui si aprirebbe un altro vespaio di problemi relativo al [sistema di riferimento](#) ma della cosa ho trattato ampiamente [altrove](#)). Il fatto che un corpo sia costretto in un'orbita circolare mostra che esso è soggetto ad una forza che chiameremo centrale perché diretta, istante per istante, verso il centro della traiettoria del moto. Questa fu la conclusione a cui arrivò Newton a partire dalla Seconda legge di Kepler (vedi *Principia*, Libro I, Proposizioni I e II). Per seguire il suo ragionamento serviamoci della figura seguente:





Un corpo si muove in linea retta a velocità costante. Ad intervalli uguali di tempo Δt , percorrerà spazi uguali $PQ = QR = RS = \dots$. Rispetto ad un punto fisso O (dovunque sia messo O), la linea che unisce O con il corpo mobile, spazzerà aree uguali in tempi uguali visto che i triangoli PQQ', QRR', RSO, ... sono tutti uguali per avere uguali basi ed uguali altezze. Supponiamo ora che tale corpo subisca un impulso (per un tempo Δt) in Q a seguito dell'applicazione di una forza diretta lungo QO. La direzione del moto cambia in una direzione che si ottiene combinando vettorialmente la velocità iniziale che porterebbe l'oggetto in R con quella che, istantaneamente e se agisse da sola, sposterebbe il corpo da Q a Q' (figura b). In definitiva il mobile va a finire in R'. Ciò che interessa ora è che l'area spazzata nel tempo suddetto Δt , non viene modificata poiché all'area del triangolo QRR' che viene sottratta a ciò che si sarebbe avuto senza l'impulso, si aggiunge ora l'area del triangolo ORR' che è uguale a quella sottratta (hanno la stessa base e la stessa altezza, poiché QQ' risulta parallelo a RR'). Per la proprietà transitiva l'area OQR' risulta poi uguale a OPQ. La cosa prosegue: l'oggetto in R' riceve un altro impulso lungo R'O e tutto si ripete con il solo cambiamento dei triangoli. Possiamo allora concludere che forze centrali applicate in intervalli di tempo uguali non modificano le aree spazzate per unità di tempo. Ora non resta che rendere gli intervalli di tempo Δt piccoli a piacere (processo al limite per Δt tendente a zero) per ottenere una forza diretta verso il centro come una forza centripeta continua e per trasformare la linea spezzata in una curva continua.

Siamo alla conclusione di Newton: dato che i pianeti, in accordo con la Seconda legge di Kepler, spazzano aree uguali in tempi uguali, la forza che agisce su di essi deve essere una forza centrale che agisce con continuità (riferendosi ad una ellisse e non ad una circonferenza in luogo del centro si dovrà considerare uno dei fuochi).

Fin qui, dalla Seconda Legge di Kepler, Newton ha trovato che i pianeti sono soggetti a forze dirette verso il centro del moto. Vediamo come, a partire dalla Terza legge di Kepler, Newton ricava la nota legge dell'inverso del quadrato che regola tale forza (è una delle possibili ricostruzioni poiché non si conoscono documenti che testimonino cosa

in realtà egli abbia fatto).

Abbiamo visto nella (8) che un oggetto che si muove di moto circolare ha una accelerazione data da:

$$(8) \quad a = \frac{v^2}{R}$$

e nella (10) abbiamo visto che:

$$(10) \quad v = \frac{2\pi R}{T} = 2\pi v \cdot R$$

Sostituendo la (10) nella (8) otteniamo:

$$(19) \quad a = \frac{4\pi^2}{T^2} \cdot R$$

Possiamo ora scriverci l'espressione esplicita della forza centripeta che agisce sul pianeta a partire dalla Seconda legge di Newton:

$$(20) \quad F = ma = m \cdot \frac{4\pi^2}{T^2} \cdot R$$

In questa espressione compare il termine T^2 , al posto del quale possiamo porre il suo valore R^3/K dato dalla Terza legge di Kepler (18). Otteniamo così:

$$(21) \quad F = 4\pi^2 K \cdot \frac{m}{R^2}$$

ed abbiamo trovato un risultato di grande importanza: la forza che il Sole esercita su ogni pianeta è inversamente proporzionale al quadrato della distanza del pianeta dal Sole.

A questo punto Newton aveva trovato un risultato che valeva per tutti i pianeti rispetto al Sole ed evidentemente ciò che distingueva una forza da un'altra doveva essere la costante K , la massa m e la distanza R . Egli estese il risultato alla Terra con la Luna, ad ogni pianeta con i suoi satelliti e, cosa di notevole coraggio e spessore a due qualsiasi masse. Dice Newton:

Tutti i corpi dell'Universo si attraggono mutuamente con una forza gravitazionale, come quella esistente tra una pietra che cade e la Terra; di conseguenza, le forze centrali che agiscono sui pianeti non sono altra cosa che un'attrazione gravitazionale da parte del Sole.

Restava da capire quale proprietà di un data massa determina la sua attrazione gravitazionale da parte di altre masse; quale proprietà della Terra determina il valore di $4\pi^2 K_t$ per la Terra; quale proprietà del

Sole determina il valore $4\pi^2 K_s$ per il Sole. E Newton avanza l'idea che il prodotto $4\pi^2 K$ dipenda da qualche proprietà dei corpi e, se l'attrazione gravitazionale è una proprietà comune a tutti i corpi, quel prodotto può dipendere dalla quantità di materia del corpo, cioè dalla sua massa. La cosa più semplice è partire dalla proporzionalità con la massa, cioè per la Terra dovrà valere (G costante di proporzionalità tra $4\pi^2 K$ ed m):

$$(22) \quad 4\pi^2 K_t = Gm_t$$

per il Sole:

$$(23) \quad 4\pi^2 K_s = Gm_s$$

e così via per ogni altro pianeta.

Da qui si ricava che la forza gravitazionale di attrazione che un corpo di massa m_1 esercita su un corpo di massa m_2 ad una distanza R è:

$$(24) \quad F_{1,2} = (4\pi^2 K_1) \frac{m_2}{R^2} = Gm_1 \frac{m_2}{R^2}$$

e, per quanto detto, ogni massa attira un'altra massa e quindi si avrà anche una forza di attrazione che la massa m_2 eserciterà sulla massa m_1 , data da:

$$(25) \quad F_{2,1} = (4\pi^2 K_2) \frac{m_1}{R^2} = Gm_2 \frac{m_1}{R^2}$$

e queste due forze sono di verso opposto ma uguali in grandezza. Basta confrontare allora la (24) e la (25) per affermare che le due masse si

attraggono con una forza data da:

$$(26) \quad F = G \frac{m_1 \cdot m_2}{R^2}$$

e questa è la famosissima legge di attrazione universale. Si tratta solo di determinare G , la costante gravitazionale, e la cosa fu realizzata per la prima volta da Henry Cavendish nel 1797 (cento anni dopo!) con la sua bilancia di torsione (la difficoltà nasceva dal fatto che è estremamente difficile riportare la gravitazione in un laboratorio per effettuare delle misure e Cavendish riuscì in questa impresa).

Tutto questo a me serviva solo per dire che il peso di una data massa è la forza con cui tale massa è attratta dalla Terra (avrei potuto semplicemente dirlo ma la cosa sarebbe risultata una specie di dogma di provenienza metafisica). Risulta evidente che mentre la massa si conserva, il peso varia da pianeta a pianeta e da luogo in luogo (basta avere a mente le immagini degli astronauti in condizioni di assenza di peso: il peso se ne va e la massa resta!). Cerchiamo di capire brevemente le due cose.

Dalla (26) si vede che una data massa m_1 sarà attratta da un dato pianeta che avrà una sua massa m_2 e questo originerà il peso di m_1 . E' evidente che, al cambiare pianeta, cambia m_2 e quindi cambia la forza di attrazione, cioè il peso.

Sempre dalla (26) si vede che la forza di attrazione che sente una data massa (il suo peso) dipende molto dalla distanza a cui tale massa si trova rispetto, ad esempio, alla Terra. Spostandoci sulla Terra, questa attrazione (il peso) sarebbe sempre la stessa solo se la distanza di ogni punto della Terra dal suo centro fosse sempre la stessa. Ma la Terra non è una sfera perfetta. Quindi il peso di un dato oggetto risulterà maggiore quanto più vicini ci troviamo al centro della Terra (più R è piccola, di gran lunga più grande è la forza attrattiva e quindi il peso). La cosa era stata empiricamente scoperta da Giovanni Richer nel 1671. Recatosi alla Cayenna per una spedizione scientifica, si accorse che il suo orologio a pendolo ritardava di due minuti e mezzo al giorno rispetto all'ora solare media. Di tale fenomeno, con la legge di gravitazione se ne comprendeva ora il motivo. Dall'esperienza di Richer, Huygens aveva stabilito che la Terra doveva essere schiacciata ai poli e rigonfia all'equatore (la cosa la verificò sperimentalmente mettendo a ruotare velocemente su se stesso un blocco d'argilla molle infilato su un asse

rigido. Tale esperienza ebbe una grande influenza nello sviluppo delle teorie cosmologiche di Kant e Laplace). A questo proposito c'è la famosa *querelle* sull'oro. Se si comprasse l'oro a peso converrebbe comprarlo al Polo Nord e venderlo all'Equatore. Ma nessuno compra o vende l'oro a peso. Si comprano le masse d'oro. Parlo d'oro perché anche piccoli variazioni nel suo peso comporterebbero grandi variazioni di prezzo. Con le patate, per ora, non c'è alcun problema.

Da questo momento la distinzione tra peso e massa diventa indiscutibile. Essa era tutta all'interno dei *Principia* ma per evidenziarla come meritava fu necessaria l'opera di Giovanni Bernoulli che nella sua *Meditatio de natura centri oscillationis* (1714) dice esplicitamente che il peso di un corpo si ottiene moltiplicando la sua massa per l'accelerazione di gravità (la g che abbiamo incontrato nella relazione 15 e che, misurata come lì indicato, vale all'incirca $9,81 \text{ m/sec}^2$).

E' appena il caso di accennare al fatto che tramite la (26) è possibile calcolarsi la massa dei differenti pianeti, della stessa Terra e del Sole. E' possibile anche calcolare le masse dei satelliti dei pianeti ma in tal caso i calcoli sono piuttosto complessi (come è complesso il calcolo di pianeti senza satelliti). Tramite la (26), a partire dalla perturbazione di alcune orbite planetarie, si sono potuti scoprire altri pianeti.

Concludo questo paragrafo osservando che la legge di gravitazione universale è stata provata sperimentalmente da secoli in tutte le possibili situazioni ed ha sempre funzionato perfettamente, una piccola discrepanza fu trovata nel calcolo dell'orbita di Mercurio. Una cosa piccolissima ... che Einstein riuscì a capire all'interno della sua relatività generale che parte proprio dal principio di equivalenza tra massa inerziale e massa gravitazionale (sperimentalmente tale equivalenza è accertata entro una precisione di circa una parte su 10^{10}). A questo proposito Jay Orear dice:

Secondo il principio di equivalenza, un laboratorio accelerato è equivalente a un laboratorio fermo sotto l'azione di una forza gravitazionale equivalente. Una conseguenza del principio di equivalenza è che è impossibile dire quale sia la forza gravitazionale risultante agente sul sistema solare. Per quel che ne sappiamo potrebbe esistere una enorme massa a grandissima distanza (così lontana da non poter essere vista) che esercita una attrazione gravitazionale sulla nostra parte di universo. Per il principio di equivalenza, tutti gli oggetti

che ci circondano «cadrebbero» in condizione di assenza di peso verso la grande massa lontana con la stessa accelerazione e noi non osserveremmo alcun effetto locale. Non potremmo «sentire» se stiamo o no cadendo e non potremmo osservare alcuna accelerazione relativa agli oggetti vicini; penseremmo che il nostro sistema di riferimento fosse un sistema di riferimento inerziale mentre, dal punto di vista della massa lontana, saremmo sottoposti a una accelerazione. In questo senso la vecchia definizione di peso come la risultante delle forze gravitazionali agenti su un oggetto sarebbe priva di senso. Ciò perché per conoscere effettivamente la risultante delle forze gravitazionali agenti su di un oggetto, dobbiamo prendere in considerazione tutta la materia esistente nell'universo, anche quella non visibile. ... Sembra che non si possa pienamente comprendere $F=Ma$ o la gravitazione senza considerare l'influenza della materia distante nell'universo.

Su questa storia della massa nascosta tornerò, quando parlerò di Hertz. Ma qui ora sarebbe d'interesse approfondire il ruolo delle teorie e la loro validità. Basti dire che la relatività è teoria più perfezionata che spiega più cose. Non è per questo che si deve buttare la teoria di Newton che tutti, quotidianamente e felicemente, utilizziamo.

LE CRITICHE ALL'OPERA DI NEWTON NELLA PRIMA METÀ DEL '700

La 1^a edizione dei *Principia* di Newton (1687) trovò un ambiente scientifico in gran parte legato alla fisica cartesiana. Mentre alcune università, come ad esempio Cambridge, ignorarono ufficialmente i *Principia* per circa 30 anni, altre, come ad esempio Edimburgo, utilizzarono quasi subito questo testo per gli insegnamenti di matematica, fisica e geometria. Anche tra gli studiosi, non immediatamente legati al mondo accademico, si ebbero le medesime reazioni contrastanti, ma l'entusiasmo e l'attivismo dei sostenitori di Newton, tra cui spicca Samuel Clarke, riuscirono piano piano ad imporre incondizionatamente la fisica newtoniana in Gran Bretagna. Allo scopo contribuì certamente anche l'autorevole filosofo J. Locke (1532-1704) che nel suo *Saggio sull'intelligenza umana* (1690) si

schiererà subito a sostegno delle teorie di Newton contro la pozione dei cartesiani (laddove, ad esempio, Locke, al contrario di Descartes, ammette lo spazio vuoto e la non identificabilità di esso con la materia). Certamente più difficile fu la penetrazione nel continente dell'opera di Newton. Anche qui era la fisica cartesiana che dominava. Ed in particolare nella Francia, l'accettazione del cartesianesimo da parte dei potenti gesuiti chiudeva al diffondersi di idee nuove: ci sarebbero voluti anni prima che l'opera di Newton potesse (non dico 'essere accettata') ma solo essere conosciuta compiutamente. Oltre alle difficoltà che nascevano dalla preesistente accettazione della fisica cartesiana ve ne erano delle altre di natura teologico-metafisica che riguardavano presunte posizioni atee nell'opera di Newton. Queste accuse di ateismo ma anche di 'materialismo' erano principalmente mosse da Leibniz e Berkeley. A queste accuse, molto insidiose soprattutto per la futura accettazione dell'opera da parte di un pubblico sempre più vasto, Newton rispose aggiungendo, nella seconda edizione dei *Principia* (1713), il famoso *Scolio generale*. In esso ha modo di far conoscere, oltre ai limiti del suo metodo di ricerca ("*non invento ipotesi*"), le sue concezioni teologiche. Lo *Scolio* si apre con un attacco alla teoria cartesiana dei vortici "*che è soggetta a molte difficoltà*". Indi, riconosciute certe regolarità nei moti planetari, Newton dice che

"tutti questi moti regolari non hanno origine da cause meccaniche ...[ma] ... non poterono nascere senza il disegno di un ente intelligente e potente ... che regge tutte le cose non come anima del mondo, ma come signore dell'universo ... Dio è il sommo ente eterno, infinito, assolutamente perfetto ... Non è l'eternità o l'infinità, ma è eterno ed infinito; non è la durata e lo spazio, ma dura ed è presente ... In esso gli universi sono tenuti e mossi, ma senza nessun mutuo perturbamento. Dio non patisce nulla a causa dei moti dei corpi: questi non trovano alcuna resistenza a causa dell'onnipresenza di Dio"

Egli rigettò l'accusa di meccanicismo imputandola ai cartesiani che abbisognano di Dio solo al momento della creazione. Nel mondo newtoniano, invece, Dio è sempre presente come regolatore continuo dei vari fenomeni naturali (e quest'ultima affermazione valga come rifiuto dell'accusa di ateismo). E' d'interesse notare come la Chiesa sia cattolica che protestante, campeggiava ancora dietro ogni evento. Ma ancora di più il fatto che Dio viene materialmente infilato nel mondo a sorreggerlo, l'operazione è completamente estranea alla fisica di Galileo.

Lungi però dal sopire le polemiche, la stesura, dello *Scolio* ne fece

nascere delle altre soprattutto ad opera di Leibniz.

LE CRITICHE DI HUYGENS E LEIBNIZ

A proposito di quanto già ho sostenuto, che cioè solo Huygens sarebbe stato uno scienziato che si muoveva sulla linea galileiana, vale la pena ricordare che i meccanicisti non accolsero molto bene la gravitazione universale. Come dice Dijksterhuis:

Dopo quanto si è detto intorno al meccanicismo del Seicento, non stupisce trovare che gli esponenti della vera filosofia meccanicistica consideravano la teoria della gravitazione (per usare le parole di Boyle e di Huygens) una ricaduta nelle concezioni medievali che si ritenevano screditate, e una sorta di tradimento della buona causa della scienza della natura. Dopo una lunga lotta gli scienziati si erano liberati dalla fisica scolastica delle qualità e delle potenze, e da ogni principio esplicativo animistico che operasse con concetti quali la simpatia e l'antipatia; essi avevano imparato a considerare l'azione di ogni forza come l'effetto del moto di particelle materiali, e non riconoscevano alcun altro modo in cui i corpi potessero agire gli uni sugli altri eccetto che per effetto delle forze dell'urto; essi avevano inventato sistemi complicati per spiegare i moti dei pianeti intorno al Sole e quelli dei corpi pesanti sulla Terra per mezzo dei movimenti di corpuscoli. Ora venivano improvvisamente invitati ad abbandonare tutte queste idee e a spiegare ogni cosa per mezzo di una forza misteriosa che due corpi separati da uno spazio vuoto esercitavano l'uno sull'altro, senza alcun intervento di un mezzo intermedio. Non si poteva neppure pretendere che tale spiegazione si risolvesse in un ritorno a concezioni peripatetiche, giacché tutti i filosofi scolastici — con la sola eccezione di Occam, recalcitrante come sempre — avevano respinto l'idea di una actio in distans (azione a distanza). Ma la nuova teoria sembrava altrettanto contraria alla concezione meccanicistica della natura quanto lo sarebbe stata se Newton avesse asserito che il Sole genera nei pianeti una qualità che li fa descrivere ellissi.

Più in dettaglio, Huygens, addirittura prima che avesse visto i *Principia*, in una lettera del 1687, scriveva:

Sarò lieto di vedere il libro di Newton. Non ho nulla da ridire a che non sia cartesiano, purché non faccia ipotesi come quella dell'attrazione.

Ed ancora Huygens, in una lettera a Leibniz del 1690, affermava:

Per quanto riguarda la causa del Riflusso data da Newton, non ne sono affatto soddisfatto, né lo sono di tutte le altre sue teorie che costruisce sul principio di attrazione, che mi sembra assurdo.

E nel *Discours de la cause de la pesanteur* (1690) egli dice che l'attrazione reciproca di due particelle di materia è per lui inaccettabile:

giacché credo di vedere chiaramente che la causa di una tale attrazione non è affatto spiegabile con alcun principio della meccanica, né per mezzo delle regole del movimento; come non sono nemmeno persuaso della necessità dell'attrazione reciproca di corpi interi; avendo fatto vedere che, quando anche non esistesse la Terra, i corpi non cesserebbero di tendere verso un centro in virtù di quella che si chiama la loro pesantezza.

Leibniz è altrettanto duro ed in una lettera ad Huygens del 1693, discutendo di coesione, si dice non d'accordo nell'introdurre una nuova, strana e misteriosa qualità:

una volta concessa la quale, si passerebbe ben presto ad altre ipotesi simili, come la pesantezza di Aristotele, l'attrazione del Signor Newton, simpatie o antipatie e mille altri attributi simili.

E questa critica si aggiunge a quella che aveva già espresso ancora ad Huygens nel 1690:

Sembra che secondo lui [la gravità] non sia che una certa virtù incorporea ed inesplicabile, mentre voi la spiegate in maniera molto plausibile con le leggi della meccanica

Ed all'altra:

È ...soprannaturale che i corpi si attirino da lungi, senza alcun mezzo, e che un corpo si muova in circolo, senza deviare per la tangente, qualora niente gli impedisca di deviare così. Infatti, tali effetti non sono spiegabili mediante la natura delle cose.

Newton, per parte sua, rispondeva così nella *Query* che aggiunse alla seconda edizione della sua *Optiks* del 1717:

Per dimostrare che non considero la gravità una proprietà essenziale dei corpi ...

Considero questi principi [gravità, fermentazione o azioni chimiche e coesione] non come qualità occulte, che si suppone risultino da forme specifiche di cose, ma come leggi generali della natura, dalle quali le cose stesse sono formate e la cui verità ci appare attraverso i fenomeni, benché le loro cause non siano ancora scoperte. Poiché queste sono qualità manifeste, e soltanto le loro cause sono occulte. E gli aristotelici diedero il nome di qualità occulte non a qualità manifeste bensì solo a qualità che essi supposero fossero celate nei corpi e fossero le cause sconosciute di effetti manifesti: quali sarebbero le cause della gravità e delle attrazioni magnetica ed elettrica e delle fermentazioni, se dovessimo supporre che queste forze o azioni sorgano da qualità a noi sconosciute e non suscettibili di essere scoperte e rese manifeste. Tali qualità occulte costituirono un ostacolo ai progressi della filosofia naturale e perciò sono state recentemente ripudiate. Dire che ogni specie di cose è dotata di una qualità occulta specifica in virtù della quale esse agiscono e producono effetti manifesti equivale a non dire nulla: ma derivare due o tre principi generali del moto dai fenomeni e dire poi come le proprietà e azioni di tutte le cose corporee seguano da tali principi manifesti sarebbe un grande passo avanti in filosofia, anche se le cause di tali principi non fossero ancora scoperte; perciò non ho scrupoli a proporre i principi del moto menzionati sopra, i quali hanno una portata molto generale, e lascio ad altri l'incarico di scoprirne le cause.

La critica di Leibniz è molto più complessa e generale di quanto fin qui riportato. Dopo aver affermato che "nel mondo persiste sempre la stessa, forza e la stessa, energia, che solo passa, di materia in

materia, conformemente alle leggi della natura" e che quindi, è illusorio pensare ad un Dio che interviene sempre nell'universo come un orologiaio che continuamente mette a punto il suo orologio, Leibniz passa a rigettare l'idea di uno spazio assoluto indipendente dai corpi in esso contenuti poiché sono proprio questi ultimi ad individuare, con il loro ordine, lo spazio; e quest'ultimo, lungi dall'essere assoluto, è meramente relativo, come il moto; esso non avrebbe ragione di esistere se non vi fossero corpi in un certo ordine [qui si reclama un principio alla base della filosofia di Leibniz, quello di ragion sufficiente secondo il quale "nulla avviene senza ragion sufficiente; cioè, nulla avviene senza che, chi conosce le cose, abbia possibilità di indicare una ragione che basti a determinare perché le cose siano così e non altrimenti "]. Leibniz prosegue affermando l'impossibilità di esistenza del vuoto e quindi di corpuscoli indivisibili (atomi). È ancora il principio di ragion sufficiente che lo porta a questa conclusione, poiché:

Non v'è ragione plausibile che possa limitare la quantità di materia. Perciò tale limitazione non può aver luogo ... dunque tutto è pieno. Lo stesso ragionamento prova che non v'è corpuscolo che non possa essere suddiviso.

inoltre Dio può agire solo sulla materia e quindi in nessun modo può ammettersi spazio vuoto.

E poi, che assurdità lo spazio assoluto indipendente dalla materia ! La sua ammissione comporterebbe l'esistenza di spazio anche quando non vi fosse materia.

Così la finzione di un universo materiale finito che va passeggiando tutt' intero in uno spazio vuoto infinito non può essere ammessa ... Infatti, oltre che non v'è spazio reale fuori dell'universo materiale, una tale ragione sarebbe senza scopo; sarebbe un lavorare senza far nulla, agendo nihil agere non si produrrebbe alcun mutamento osservabile da chicchessia. Ed il movimento è indipendente dall'osservazione, ma non è indipendente dalla osservabilità. Non v'è movimento quando non v'è cambiamento osservabile. Anzi, quando non v'è cambiamento osservabile non c'è cambiamento affatto.

Al di là delle singole argomentazioni, vi è una critica a quella che viene chiamata *azione a distanza*. Nella legge di gravitazione universale si dice che: due corpi di massa m_1 ed m_2 si attraggono reciprocamente con una forza F che è proporzionale, secondo una costante G , al

prodotto delle masse dei due corpi ed inversamente proporzionale al quadrato della distanza R che, appunto, separa i due corpi. Fin qui quello che nella formula è scritto. Per cogliere il senso delle critiche di Huygens e Leibniz è interessante andare a vedere cosa **non** è scritto in questa relazione.. L'azione F si esercita tra m_1 ed m_2 lungo la congiungente i centri delle due masse; si tratta quindi di un'azione rettilinea. Inoltre essa è istantanea e a distanza nel senso che non si richiede tempo (che appunto nella relazione non compare direttamente) affinché due masse si accorgano l'una dell'altra (si noti che questo tipo di azione tra massa e massa senza alcun intermediario era ostica allo stesso Newton). Per spiegarci meglio, supponiamo che nell'universo vi sia una sola massa m_1 . Ebbene, se prendiamo in considerazione una seconda massa m_2 , in questo universo, ambedue le masse cominceranno ad attrarsi reciprocamente all'istante. Questo fatto comporta una conseguenza importantissima: l'esigenza di azioni istantanee implica che ci siano delle entità dotate di una velocità infinita. E tutto questo aprirà a controversie incredibili che convergeranno in importantissimi sviluppi, con la nascita della *teoria di campo*, con l'affermazione cioè dell'*azione a contatto* ad opera particolarmente di Faraday, per arrivare ancora ad Einstein.

Non posso però chiudere il paragrafo senza alcune osservazioni su ciò che c'era prima della gravitazione universale di Newton. Le ipotesi più accreditate erano:

Sono gli angeli a far muovere i pianeti nelle loro orbite intorno al Sole (è quanto Newton dice nel suo *Scolio*, passando addirittura a gradi superiori degli angeli).

I corpi hanno tendenze naturali interne (inconsce, consapevoli o intelligenti) ad andare l'uno verso l'altro.

I corpi hanno una qualità innata di attrazione. Il mobile che nella precedente ipotesi era *attivo*, è ora considerato *passivo* (ed i critici di Newton affibbiavano allo stesso questa posizione di tipo aristotelico).

Dovrebbe esistere un qualche meccanismo corpuscolare che permette l'attrazione. Anche Newton era propenso a questo ed iniziò con speculazioni che implicavano l'etere.

Storia dello sviluppo dei concetti di massa e peso da Aristotele ad Einstein - Parte 2: da Newton ad Einstein

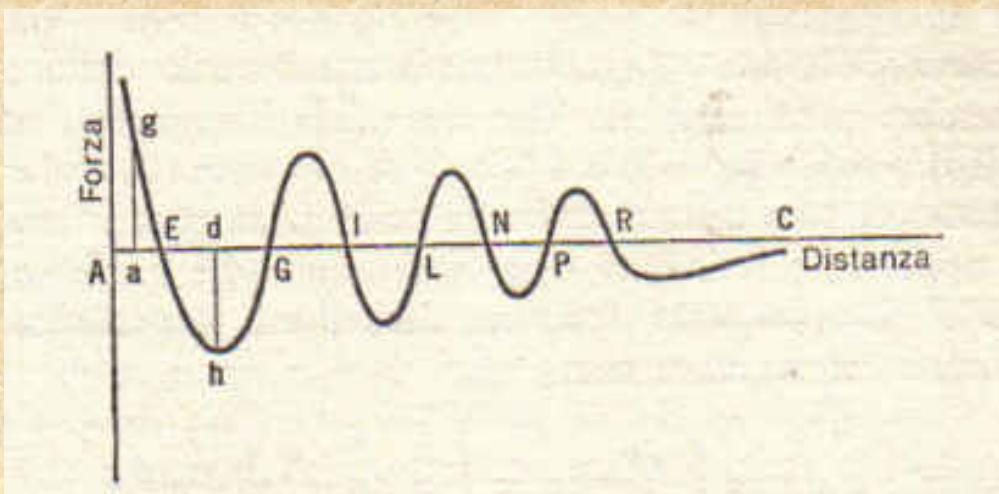
Roberto Renzetti

LA MECCANICA RAZIONALE ED ANALITICA

Il passaggio al Settecento è caratterizzato da alcune peculiarità. Newton diventa sempre più lo scienziato per eccellenza cui tutti devono rifarsi. La scienza inizia ad assumere un ruolo importante nella società. Essa viene vista, dalla borghesia emergente, come un qualcosa che può aiutare l'uomo nel suo duro e ripetitivo lavoro e può offrire opportunità di crescita. E' la prima volta che si ha un tale atteggiamento nei riguardi della scienza. Paradossalmente però ad un emergente entusiasmo non corrispose una grande produzione scientifica. Era la grandezza di Newton che inibiva. Cosa aggiungere a chi aveva fatto tutto ? Naturalmente continuavano a lavorare scienziati eminenti ma non si avanzava sui fondamenti. In questo periodo si lavorò molto nei vari campi della scienza e soprattutto della tecnica (Watt, Black, Beccaria, Cavendish, Franklin, Coulomb, Lavoisier,...) ma, per la verità, non si raggiunsero i grossi risultati che erano stati ottenuti nel secolo precedente. Si perfezionava, migliorava, aggiustava quanto Newton aveva fatto. E la cosa che più emerge è la formalizzazione di quanto Newton aveva descritto o trattato solo per via geometrica. Insomma il Settecento è il secolo in cui si sviluppa prepotentemente la *Meccanica razionale* e, successivamente, la *Meccanica analitica*, sviluppi analitici sofisticati ed approfonditi della meccanica newtoniana. Quindi il lavoro degli scienziati del tempo fu quello di trattare con il calcolo sublime le cose che Newton aveva trattato geometricamente e di introdurre alcuni principi fondamentali come quelli di conservazione (centro di gravità, momento, aree, forza viva, ...) per rendere più agevole la trattazione dei problemi teorici che la meccanica proponeva. I personaggi che giganteggiano in questa epoca sono Euler, D'Alembert, Lagrange, Laplace e, per altri versi, relativi ad una visione diversa dei problemi, Boscovich.

Iniziamo a discutere l'approccio di Boscovich che, come vedremo, è tutt'altra cosa rispetto alla linea di sviluppo classico della meccanica.

Verso la metà del secolo il padre gesuita Giuseppe Ruggero Boscovich (1711 -1787) elaborò una sintesi fisica estremamente complessa ed articolata. Egli partì con una critica alla teoria corpuscolare della materia fatta da Newton (*Theoria Philosophiae naturalis theoria redacta ad unicam legem virium in natura existentium*, 1758) affermando di voler presentare *un sistema che è a mezza strada tra quello di Leibniz e quello di Newton* (così come, nello stesso periodo, Kant tenterà di costruire una via intermedia tra i cartesiani ed i leibniziani). Secondo Newton le particelle costituenti la materia sono dotate di dimensioni e, a distanze piccolissime, esse si attraggono; secondo Boscovich le forze che si esercitano a corto raggio dovevano essere repulsive. Infatti, considerando l'urto fra due palline, queste, nell'istante in cui si incontrano presentano una variazione discontinua della loro velocità. Estendendo il ragionamento ai corpuscoli costituenti la materia Boscovich concluse che questa discontinuità non poteva essere accettata. Secondo Boscovich, quindi, le particelle non hanno dimensioni ma debbono considerarsi come punti inestesi, inoltre esse non vengono mai a contatto. Questi «punti» sono soggetti alle tre leggi della dinamica e tra essi si esercitano delle forze che sono alternativamente attrattive e repulsive al variare della distanza tra i «punti». La legge con cui varia questa forza è rappresentata nella figura seguente (si osservi che tale grafico deve essere concepito tridimensionalmente: si pensi ai vari strati che compongono una cipolla come alle curve di forza che circondano un «punto»). Per distanze piccolissime si ha sempre



repulsione, per cui diventa impossibile per questi «punti» venire a contatto (impenetrabilità della materia). In definitiva, secondo Boscovich, si hanno solo forze attrattive o repulsive tra punti inestesi

(che hanno inerzia ma non dimensioni e massa nel senso newtoniano del termine) che si trovano nel vuoto; con questa teoria egli riuscì a spiegare tutte le proprietà della materia.

Questa teoria, nella quale la forza svolge un ruolo preminente rispetto alla materia (che nella sua teoria non trova posto), in qualche modo conciliava il punto di vista della continuità della materia (le forze ovunque presenti) con quello della discontinuità (i punti inestesi). Essa aveva il pregio di poter venire trattata matematicamente e di spiegare appunto tutte le proprietà e qualità della materia partendo dal punto inesteso come costituente comune di tutta la materia (in pratica si aveva a che fare con un solo tipo di «atomo» che combinandosi variamente ed oscillando continuamente intorno alla sua posizione di equilibrio permette il formarsi delle varie sostanze con le diverse proprietà chimiche ed i diversi attributi fisici).

Questa teoria dinamica di Boscovich (dinamismo fisico) fu molto ammirata ma non compresa nella sua grandezza tanto che, per molto tempo, non fu ripresa da nessuno: anche essa aveva il difetto di essere interamente qualitativa senza nessuna base sperimentale. Saranno prima Schelling, quindi Faraday a riprenderla con successo: il primo inserendola in un sistema filosofico che ebbe grande influenza tra i fisici romantici ed il secondo fornendo al dinamismo una gran mole di risultati sperimentali che intersecarono il dinamismo con l'azione a contatto e quindi con la teoria di campo.

Ma torniamo ora agli sviluppi della meccanica più direttamente legati ai lavori di Newton.

Il Settecento è caratterizzato schematicamente da tre linee di intervento sulla meccanica e la ricerca in genere:

- si opera sul quadro filosofico di riferimento tentando di eliminare dalla meccanica di Newton ogni riferimento metafisico; si rafforza il quadro assiomatico di una scienza che sempre più viene presentata come matematica con la conseguenza di farla diventare valida a priori;
- si cambia la matematica utilizzata: si passa dai metodi geometrici a quelli analitici; nasce la fisica matematica;
- le Accademie scientifiche si fortificano e prendono il posto di scienziati isolati fornendo una base più solida e sicura alla ricerca scientifica; si costruiscono laboratori scientifici; si migliora la costruzione di strumenti; si eseguono molte verifiche sperimentali dei

risultati ottenuti in precedenza; si approfondisce lo studio di quanto elaborato nel secolo precedente; si perfeziona la termometria e l'ottica e si fondano la calorimetria e l'elettrologia.

La via scelta per rendere razionale la meccanica è di tipo cartesiano, ma essendosi sbarazzati del suo substrato filosofico. Si tentò l'unificazione sotto uniche leggi di argomenti apparentemente separati; tutte le forze (quelle inerziali e quelle vincolari) furono riportate a casi particolari della Seconda legge di Newton con tutte le difficoltà del caso (le coordinate spaziali non risultavano più indipendenti con la conseguenza che la stessa cosa accadeva per le equazioni differenziali che descrivono il problema; le forze vincolari non producono moto ma sono effetti del moto) risolte con una matematica sempre più elaborata. Dal punto materiale si passò poi ai corpi rigidi, all'idrodinamica, alla statica con questioni che non avevano trovato posto nei *Principia*.

EULER, D'ALEMBERT E LAGRANGE

Fu Euler che riuscì a formulare diversamente alcuni problemi che avevano affrontato Huygens e Giacomo Bernouilli, lavorando in modo da farli diventare un corollario delle tre leggi fondamentali della dinamica. Con D'Agostino, si deve riconoscere che ci troviamo di fronte non ad una banale prosecuzione dell'opera di Newton ma alla fondazione di un approccio alternativo alla meccanica.

Il programma di Euler è ben delineato nella sua *Mechanica, sive motus scientia analytice exposita* (1736) che, mediante assiomi, definizioni e deduzioni logiche fa della meccanica una meccanica razionale o meglio una meccanica analitica. Vi è qui la fondazione della meccanica dei mezzi continui applicabile ai più vari tipi di sistemi: corpi infinitamente piccoli; corpi rigidi finiti; corpi flessibili; corpi che si estendono e si contraggono; corpi interagenti; fluidi. In tale lavoro diventava indispensabile dare una definizione più precisa della massa che, come abbiamo visto in Newton, è all'inizio dello sviluppo della dinamica. Euler passa dal concetto newtoniano di *vis inertiae* ad una mera costante di proporzionalità tra forza ed accelerazione, un coefficiente numerico caratteristico degli oggetti che si studiano in fisica. E' un salto logico importantissimo che ci avvicina alla modernità e che è in accordo con il riconoscimento di Euler della forza a fondamento della dinamica.

Euler enuncia il principio d'inerzia come conseguenza del principio di ragion sufficiente:

Non vi è alcuna ragione per cui un corpo debba muoversi in questa direzione piuttosto che in quella

segue poi affermando che:

La forza d'inerzia di un corpo qualsiasi è proporzionale alla quantità di materia che esso contiene

E qui si fa strada un nuovo concetto e cioè l'ammissione che la *vis inertiae* è determinata dalla forza o potenza necessaria a rimuovere il corpo dal suo stato di quiete o di moto. Ciò vuol dire che corpi diversi necessitano di forze diverse in proporzione alla quantità di materia o massa che posseggono. Da ciò segue che le masse sono determinate dalle forze motrici ed Eulero dice in modo esplicito che la massa di un corpo è la forza necessaria ad impartirgli la sua accelerazione che è la formulazione moderna della Seconda legge di Newton.

I lavori di Euler proseguirono con lo studio del corpo rigido e con una visione più estensiva del principio d'inerzia: l'inerzia non è determinata dalla massa ma dal tensore d'inerzia a sei componenti riferite ai tre assi principali d'inerzia del corpo (*Ciascun corpo rigido ha tre assi ortogonali intorno a ciascuno dei quali può oscillare liberamente con moti infinitesimi*). E ciò era il preludio al considerare la proprietà dei corpi come strettamente dipendenti da quelle dello spazio (e qui siamo fuori dalla fisica di Newton per avvicinarci alle posizioni di Leibniz). E da questo germe partì Einstein per sviluppare la sua relatività generale.

Con D'Alembert (*Traité de dynamique*, 1743 e 1758) iniziò invece una critica dura alla Seconda legge di Newton. Egli accetta le definizioni newtoniane di spazio e tempo ma non accetta il fatto che la forza sia proporzionale all'accelerazione come Euler aveva esplicitato. Dietro questo principio vi è un qualcosa di vago, di metafisico e di oscuro (*che estendono tenebre sopra una Scienza che è invece chiara di per sé*), il fatto cioè che la causa deve essere proporzionale all'effetto. D'Alembert spiega bene la sua posizione nella voce *Cause* de l'*Encyclopédie* (1751-1780):

Sarebbe da augurarsi che i Meccanici riconoscano alla fine, in modo chiaro, che noi non conosciamo niente nel

movimento che non il movimento stesso, cioè lo spazio percorso ed il tempo impiegato a percorrerlo, e che le cause metafisiche ci sono sconosciute; e che ciò che noi chiamiamo cause non lo sono che impropriamente; si tratta di effetti che discendono da altri effetti.

E queste cose D'Alembert le può dire perché ha un'altra enunciazione dello stesso principio (principio di D'Alembert) che era stata anche di Giacomo Bernouilli ma nel caso particolare del pendolo composto. Secondo D'Alembert, in un sistema meccanico vincolato deve esservi una equivalenza tra le forze reali applicate al sistema e le forze che sarebbero necessarie se non esistessero i vincoli per dare al sistema il moto che esso ha. In tal modo le forze vincolari vengono eliminate ed i problemi dinamici vengono ridotti a problemi statici (stessi calcoli erano stati sviluppati, senza ricorso al principio D'Alembert, anche da Euler. Ed in termini di soli effetti egli definisce la *forza acceleratrice*:

$$\varphi = \frac{du}{dt}$$

dove le quantità du e dt sono gli incrementi infinitesimi delle velocità e dei tempi. E dopo questa prima definizione egli ce ne offre un'altra, quella della *forza motrice* che risulta essere il prodotto della forza acceleratrice per la massa, senza però darci alcuna definizione originale per quest'ultima che sembrerebbe essere un dato a priori. In tal modo, nella Meccanica di D'Alembert, la forza diventa una nozione derivata.

Altro gigante del secolo è il piemontese Lagrange. Non è il caso, nell'economia di ciò che racconto, di trattare i suoi elaboratissimi contributi alla meccanica analitica (chi è del mestiere sa bene in cosa consiste la *lagrangiana*) ma un cenno lo merita una sua frase della sua *Mécanique analytique* (1788) le cui conseguenze in alcuni matematici dei miei studi universitari mi fecero molto soffrire. Dice Lagrange:

Non si troveranno figure in quest'opera: I metodi che io espongo non richiedono né costruzioni né ragionamenti geometrici o meccanici, ma solamente operazioni algebriche soggette ad un andamento regolare e uniforme. Quelli che amano l'analisi vedranno con piacere la meccanica divenirne una nuova branca e mi saranno grati d'averne esteso così il dominio.

Credo che questo abbia iniziato a rappresentare un chiaro momento di rottura con chi voleva capire ed iniziava a muoversi nei complessi

campi delle scienze teoriche ed applicate. La riduzione della meccanica alla matematica, per di più senza disegni, rese particolarmente complessa la disciplina ad un certo tipo di approccio alla conoscenza, come ad esempio il mio.

Per chiudere questo paragrafo debbo solo accennare a tentativi di definizione diversa di massa dovuti a due eminenti fisici che evidentemente erano insoddisfatti delle definizioni newtoniane. Pierre-Simon de Laplace (1749-1827) definisce la massa come la *somma dei suoi punti materiali* che è evidentemente una definizione che non definisce nulla. Ad essa si rifece J. B. Biot (1774-1862) che nel suo grande trattato di fisica, *Traité de physique expérimentale et mathématique* (1816), definì la massa in modo ancora più scadente: *la massa di un corpo è per noi il numero dei punti materiali*.

L'INSODDISFAZIONE AUMENTA: Barré de Saint-Venant, Reech, Perrin, Kirchhoff, Hertz.

A partire dalla metà dell'Ottocento, una quantità molto grande di fatti sperimentali e di elaborazioni teoriche portavano a concludere sull'insufficienza della meccanica che, così come si era affermata a partire da Newton, attraverso gli sviluppi della Meccanica Razionale ed Analitica soprattutto della scuola francese del XVIII secolo, non riusciva più a rendere conto compiutamente di quanto si andava via via scoprendo. E ciò risultava non dallo sviluppo di un solo campo della fisica ma, praticamente, da tutti. L'ottica, la termodinamica, l'elettromagnetismo offrivano una varietà di fenomeni che, ciascuno, implicava sempre modificazioni degli assunti della meccanica.

C'era una grossa mole di problemi che andavano tutti nella direzione di rimettere in discussione i fondamenti ed i metodi della fisica affermatasi con Newton e sviluppatasi nell'ambito del *meccanicismo*.

L'insoddisfazione latente e molto spesso evidente cominciò a prendere corpo nella seconda metà del secolo XIX, inizialmente con dei tentativi di riformulazione della meccanica di Newton su basi differenti.

La questione che maggiormente faceva discutere e che sollevava critiche era il concetto di forza, la sua definizione, la sua esistenza, la sua essenza. A questo problema si aggiungeva quello della massa; cos'è e che rapporti ha con la materia ? e con la forza ? e la materia cos'è ? e così via.

Un primo tentativo di liberare la meccanica dalle forze fu realizzato dal fisico francese Barré de Saint-Venant (1797-1896) il quale, nei suoi *Principi di Meccanica basati sulla Cinematica* (1851), riprendendo alcune proposizioni di Lazare Carnot (che aveva la stessa concezione di forza di D'Alembert con lo stesso equivoco di non definizione della massa), sviluppate nel *Saggio sulle macchine in generale* (1763) e nei *Principi fondamentali dell'equilibrio e del moto* (1803) e dopo aver sostenuto che le forze sono una specie di intermediari di una natura occulta e metafisica che non intervengono né tra i dati né tra i risultati di un qualunque problema meccanico, definì la massa e la forza a partire dai concetti (da Saint-Venant ritenuti fondamentali e primitivi) di movimento, velocità ed accelerazione. Così egli scrive:

***Massa** - La massa di un corpo è il rapporto tra due numeri che esprimono quante volte questo corpo ed un altro corpo, scelto arbitrariamente e che rimane costantemente lo stesso, contengono parti che, separate e sottoposte due a due ad urti l'una contro l'altra, si comunicano, mediante l'urto, velocità opposte uguali.*

***Forze** - La forza o l'attrazione positiva o negativa di un corpo su di un altro è un segmento che ha come grandezza il prodotto della massa di quest'ultimo [corpo] per l'accelerazione media dei suoi punti verso quelli del primo e come direzione quella di questa accelerazione.*

Qualche anno dopo (1866) nella *Notice sur Du Buat*, a proposito ancora di forza, aggiunse questi durissimi giudizi::

E' certamente possibile che le forze, questa sorta di esseri problematici o piuttosto degli aggettivi sostantivati, che non sono né materia né spirito, esseri ciechi ed incoscienti

che bisogna dotare perciò della meravigliosa facoltà di apprezzare le distanze e di proporcionarci puntualmente le loro intensità, siano sempre più espulse e scartate dalle scienze matematiche. Esse sarebbero rimpiazzate dalle leggi, non solo geometriche, ma anche fisiche ...

Secondo Saint-Venant, se due corpi scagliati con la stessa velocità l'uno contro l'altro, dopo l'urto, si allontanano tra loro con velocità uguali, vuol dire che hanno masse uguali. Generalizzando e formalizzando, si trova quanto segue. Supponiamo di avere due corpi con masse newtoniane m_1 ed m_2 e con velocità v_1 e v_2 , prima dell'urto, e, $v_1 + \Delta v_1$ e $v_2 + \Delta v_2$, dopo l'urto. Per la conservazione della quantità di moto deve risultare:

$$(27) \quad m_1 v_1 + m_2 v_2 = m_1 (v_1 + \Delta v_1) + m_2 (v_2 + \Delta v_2)$$

da cui, semplificando:

$$(28) \quad m_1 \Delta v_1 + m_2 \Delta v_2 = 0$$

Quello che va sottolineato è che Saint-Venant, per primo ha una chiara coscienza del fatto che le definizioni di massa e forza sono strettamente legate tra loro e che, secondo Saint-Venant, è impossibile dare una definizione di forza se prima non si è definita con chiarezza ed univocamente la massa. E la definizione di massa che viene fornita, come si può vedere, è intanto indipendente da quell'equivoco che sempre l'aveva accompagnata: che c'entra la massa con la *quantità di materia*? Qui la quantità di materia sparisce. Inoltre questa definizione di massa discende dalla conservazione della quantità di moto e, come vedremo, sarà una delle basi dell'elaborazione di Mach. Anche se Saint-Venant non portò a compimento il suo programma, il suo lavoro si concluse con l'auspicio che presto le qualità occulte come la forza spariscano dalla fisica per essere sostituite solo da velocità e sue variazioni (in questo riprendendo D'Alembert).

Per parte sua e negli stessi anni, il fisico francese P. Reech (1805 - 1874), in contrasto con D'Alembert e Saint Venant, nel suo *Corso di Meccanica secondo la natura generalmente flessibile ed elastica dei corpi* (1852), tentava, ispirandosi ad Euler, di dare la forza come concetto primitivo e cioè non come causa di movimento, ma

effetto di una causa qualunque, chiamata pressione o

trazione e che noi apprezziamo con estrema chiarezza in un filo teso, supposto privo della sua qualità materiale o massa.

Come si può osservare da questo breve passo, anche per Reech la sola possibile definizione di forza è di natura statica: l'allungamento di un filo o di una molla. Il confronto degli allungamenti può permettere il confronto tra forze. Si tratta di una prima definizione operativa che si scontra però con la sua estensione al caso dinamico. E non a caso Reech definiva come entità misteriose proprio quelle forze di tipo dinamico come le gravitazionali o le elettriche e magnetiche. Si deve notare che la definizione di Reech fa a meno del concetto di massa, mostrando indirettamente che la definizione data da Newton era indispensabile alla sua (di Newton) meccanica.

La forza non è per Reech causa di moto ma *effetto di una qualunque causa denotata con pressione o trazione e che riusciamo a comprendere con chiarezza attraverso un filo teso, supposto privo delle sue qualità materiali e cioè di massa*. Se attacchiamo un punto materiale ad un filo, producendo lo stiramento del filo, modifichiamo la posizione del punto materiale che si muove opponendo resistenza (inerzia euleriana) e facciamo nascere una forza. Tale forza F la possiamo misurare direttamente attraverso l'allungamento del filo e risulta uguale all'inerzia mf del punto materiale (con m = sua massa).

$$F = mf.$$

Anche qui, come in altri, per sfuggire al concetto metafisico di forza, si tenta di non discutere la massa. Alla fine si resta insoddisfatti proprio perché non può restare in sospenso questo concetto nato, in Newton, in simultanea con la forza.

La scuola di Reech fu detta *del filo* ed ebbe come illustri rappresentanti Jules Andrade e Jean Perrin (1870-1942). Quest'ultimo, nel suo *Traité de chimie physique. Les principes* del 1903, dedicò un'intero e ponderoso capitolo a costruire una nuova meccanica a partire dalla definizione di forza della *scuola del filo*. Così Perrin, dopo aver descritto il modo di misurarla, definisce la forza:

Ogni volta che un filo teso sia fissato ad un punto materiale A, immobile o no, rispetto al suolo, diremo che in tal punto agisce una forza, che questa forza è misurata dallo stesso numero che misura la tensione del filo, che ha la direzione del filo ed il verso che va dal punto A agli altri punti del

filo.

ed il peso è una forza *che non varia in un dato luogo di un sistema materiale (chimicamente isolato)*. E la massa, che si conserva, è un qualcosa che risulta proporzionale al peso. Tutto qui.

Sulla strada invece di eliminare dalla meccanica il concetto di forza si muoveva anche il fisico tedesco G. B. Kirchhoff. Nelle sue *Lezioni di matematica, fisica e meccanica* (1874-1876), egli tentò di costruire una dinamica in cui i concetti di forza e massa fossero derivati dai concetti primitivi ed intuitivi di spazio, tempo e materia. Secondo Kirchhoff, la meccanica deve limitarsi a descrivere i movimenti disinteressandosi delle loro cause. Considerando la massa (concetto primitivo) come un coefficiente costante di una data particella, la forza risulta definita come il prodotto della massa per l'accelerazione. E poiché in meccanica non abbiamo mai a che fare con una forza, ma sempre con sistemi di forze che hanno come effetto il moto, noi, dallo studio di questo moto, non possiamo risalire al sistema di forze, ma solo alla loro risultante. Per questo la definizione di forza non può che essere incompleta. Osserva Dugas che, qualunque sia il valore della sintesi di Kirchhoff, la sua esposizione puramente logica della meccanica non fa che coronare un edificio già costruito da svariati altri contributi.

Su questi argomenti intervenne anche il fisiologo tedesco E. Du Boys-Reymond (1818-1896). In due opuscoli, *I confini della conoscenza della natura* (1872) ed *I sette enigmi del mondo* (1880), riprendendo alcune posizioni del filosofo positivista britannico H. Spencer (1820-1903), egli sostenne che i metodi della Meccanica, arrivata al suo culmine con Laplace, ci rendono impossibile andare ad una conoscenza completa della natura. In particolare quella Meccanica, che Du Boys-Reymond considera come cosa distinta dal meccanicismo, non è in grado di darci informazioni sulla natura della materia e della forza. Inoltre, nell'ipotesi di un mondo corpuscolare regolato dagli urti delle particelle, ci è impossibile riuscire a cogliere l'inizio del moto. E poi, come è possibile render conto di forze agenti a distanza nel vuoto? Esse sono addirittura inconcepibili. Scriveva Du Boys-Reymond:

E' facile scoprire l'origine di queste contraddizioni. Esse sono radicate nell'impossibilità, per noi, di rappresentarci qualcosa che non sia sperimentato con i nostri sensi o con il senso interno.

Ecco quindi che inizia a porsi, da parte di scienziati, il problema del nostro rapporto con la natura ed in particolare di come esso sia

condizionato dai nostri sensi.

HEINRICH HERTZ

Anche Hertz, come già accennato, tentò, sulle orme di Kirchhoff, di costruire una meccanica che prescindesse dal concetto di forza. La critica qui va più a fondo perché, pur non negandoli completamente, coinvolge l'uso dei modelli meccanici nella spiegazione fisica. E' un complesso tentativo di assiomatizzazione quello che condusse Hertz nei suoi *Principi della Meccanica* (1894). A proposito del concetto di forza, scriveva Hertz:

Non si può negare che in moltissimi casi le forze che si usano nella meccanica per trattare problemi fisici sono soltanto dei partner sonnecchianti, che sono ben lungi dall'intervenire quando devono essere rappresentati i fatti reali.

Certo che il concetto di forza è stato utile nel passato, ma ora, riguardo all'introduzione di relazioni non strettamente necessarie

tutto ciò che possiamo chiedere è che queste relazioni dovrebbero, finché è possibile, essere limitate, e che una saggia discrezione dovrebbe essere osservata nel loro uso. Ma è stata la fisica sempre parca nell'uso di tali relazioni ? Non è stata essa costretta piuttosto a riempire il mondo all'eccesso con forze dei più vari tipi - con forze che non sono mai apparse nei fenomeni, o anche con forze che sono entrate in azione solo in casi eccezionali ?

L'esempio che viene portato è quello di un pezzo di ferro su di un tavolo. Esso è immobile. Quale fisico riuscirebbe a convincere il prossimo che quello stato di riposo è dovuto ad una infinità di forze che si fanno equilibrio ? Hertz può così continuare:

E' dubbio se le complicazioni possano essere evitate del tutto; ma non vi è dubbio che un sistema di meccanica che le evita o le esclude è più semplice, ed in questo senso più adeguato, di quello qui considerato; quest'ultimo infatti non solo consente tali concezioni, ma addirittura ce le impone con la forza.

Come la forza anche l'energia potenziale pone dei problemi. Se infatti noi ci proponiamo che

nelle ipotesi dei problemi entrino soltanto caratteristiche che sono accessibili direttamente all'esperienza ... , senza assumere una considerazione preventiva della meccanica, dobbiamo specificare con quali semplici, dirette esperienze proponiamo di definire la presenza di una quantità di energia, e la determinazione del suo ammontare.

Ora, ciò vuol dire che l'energia deve essere intesa come una qualche sostanza e l'ammontare di una sostanza è di necessità una quantità positiva; ma noi non esitiamo mai ad assumere che l'energia potenziale contenuta in un sistema sia negativa.

Per Hertz, in definitiva, tutte queste incongruenze portano alla necessità di sviluppare la meccanica "*in una forma logicamente ineccepibile*", basandola sui tre concetti fondamentali di tempo, massa e spazio. Ma, attenzione, noi non possiamo che avere un'immagine parziale dei fenomeni; noi introduciamo, secondo Hertz, forze ed energie per rendere conto di un qualcosa che, nascosto ai nostri sensi, opera sui fenomeni stessi. Ma poi, quando dobbiamo descrivere quel qualcosa, è conveniente ricorrere proprio a ciò che cade sotto i nostri sensi e cioè movimenti e masse. Ebbene, ciò lo facciamo per un principio di comodità; diamo dei nomi, ai quali non corrisponde alcuna realtà fisica, a ciò che in realtà non conosciamo, a ciò che ci è nascosto. La nostra meccanica può essere costruita considerando movimenti e masse nascoste, anziché forze ed energie non necessarie, oltre, naturalmente, ai movimenti ed alle masse evidenti. Scriveva Hertz:

Se cerchiamo di comprendere i movimenti dei corpi che ci circondano e di riportarli a delle regole semplici e chiare, ma nel considerare solo ciò che ci cade direttamente sotto gli occhi, in generale le nostre ricerche si arenano ... Se vogliamo ottenere un'immagine del mondo chiusa su se stessa, sottomessa a delle leggi, dobbiamo, dietro le cose che vediamo, ipotizzare altre cose invisibili e cercare, dietro la barriera dei nostri sensi, degli attori nascosti.

E la forza e l'energia possono proprio essere intese in questo senso, a patto di descriverle come masse e movimenti:

Noi siamo liberi d'ammettere che ciò che è nascosto non è altro che movimento e massa, non differenti dalle masse e dai movimenti visibili ed aventi solamente non altre relazioni con noi che il nostro modo abituale di percepire ... Ciò che siamo abituati a designare con i nomi di forza e di energia si riduce allora ad una azione di massa e di movimento; ma non è necessario che questa sia sempre l'azione di una massa o di un movimento percepibile da parte dei sensi materiali.

L'intera meccanica di Hertz è basata su di un principio fondamentale:

Un sistema libero è in riposo e descrive in modo uniforme una traiettoria che e' il cammino più breve [cioè quello che ha una curvatura minore e cioè una geodetica]

Ora ogni sistema che ci offre la natura è un sistema libero. Ma vi sono anche dei sistemi che sembrano liberi sui quali, in realtà, agiscono delle masse nascoste e dei moti altrettanto nascosti. Più in generale si può dire che un sistema libero è un insieme di sistema nascosto e sistema visibile. E non ci si stupisca di masse o movimenti nascosti. L'etere, di grande attualità all'epoca di Hertz è proprio una massa nascosta. Inoltre, quando si parla di moti vibratorii delle particelle costituenti la materia, stiamo in realtà parlando di movimenti nascosti.

La forza in tutto ciò non compare come entità fisica; essa potrà tuttalpiù figurare come utile strumento matematico e ciò potrà accadere quando si ha la decomposizione di un sistema libero in due parti: bisognerà allora considerare l'azione di una delle parti sull'altra e viceversa.

Da questo punto, per mezzo di un processo puramente induttivo è possibile ricavarsi l'intera meccanica.

In definitiva, un dato sistema che cade sotto i nostri sensi è sempre una parte di un sistema isolato di cui l'altra parte è nascosta. Tramite la teoria dei vincoli è possibile scrivere le equazioni del moto del nostro sistema osservabile. Ciò che in ultima analisi è poi richiesto è l'accordo con l'esperienza; in caso contrario, nell'impostazione del problema, non si è tenuto conto di altri movimenti ed altre masse nascoste. Le masse ed i moti nascosti, intesi come vincoli, sono un ottimo strumento teorico per elaborare l'intera meccanica.

Vale la pena leggere l'intero brano dell'*Introduzione* di Hertz alla sua *Meccanica*. E' lungo ma rende ben conto dello stato d'insoddisfazione che era presente nel mondo della fisica e che, da lì a poco, avrebbe prodotto drastiche rotture. Scrive Hertz:

Supponiamo ... che sia possibile che alle masse visibili dell'universo si debbano aggiungere altre masse, che obbediscono alle stesse leggi, in modo da conseguire la loro conformabilità alle leggi stesse e la loro intelligibilità; precisamente, assumiamo che ciò sia possibile in tutti i casi e in modo completamente generale, e per ciò stesso non sussistano altre cause dei fenomeni, se non quelle in tal modo ammesse. Ciò che siamo soliti designare come forza e come energia non è quindi per noi nulla più che un effetto della massa e del moto, ma non deve necessariamente coincidere con l'effetto della massa e del moto sensibilmente individuabili. Si è soliti chiamare 'dinamica' una simile spiegazione della forza dai processi di moto; e si può ben dire che la fisica attuale è molto favorevolmente disposta verso simili spiegazioni. ... Ma, avendo tale ipotesi la facoltà di eliminare gradualmente dalla meccanica le misteriose forze, essa può anche impedire completamente il loro ingresso nella meccanica. ...

Introduciamo quindi, dapprima, i tre concetti fondamentali indipendenti di tempo, spazio e massa come oggetti dell'esperienza, specificando nel contempo attraverso quali concrete esperienze sensibili intendiamo pensare come determinate le grandezze in esame. Per quanto concerne le masse ci riserviamo di introdurre, per ipotesi, masse nascoste accanto a masse sensibili. Quindi, raggruppiamo le relazioni che sempre sussistono tra le dette concrete esperienze e che dobbiamo fissare come relazioni essenziali tra i concetti fondamentali. E' naturale riunire dapprima a coppie i concetti fondamentali. Possiamo, innanzitutto, demandare alla cinematica le relazioni concernenti unicamente spazio e tempo. Tra massa e tempo non sussiste collegamento di sorta. A fronte di ciò, massa e spazio si raggruppano a loro volta in virtù di una serie di importanti relazioni esperienziali. Noi troviamo cioè tra le masse della natura determinate connessioni spaziali, che consistono nel fatto che, fin dall'inizio e continuativamente, e quindi indipendentemente dal tempo, alle dette masse sono ascritte ed imposte come possibili determinate posizioni e determinate variazioni della posizione, altre

come impossibili. In merito a tali connessioni, possiamo inoltre generalmente asserire che esse concernono solamente le mutue posizioni relative delle masse; e, inoltre, che esse soddisfano determinate condizioni di continuità, le quali trovano la loro espressione matematica nel fatto che le connessioni si possono sempre tradurre mediante equazioni lineari omogenee tra i differenziali primi delle grandezze, tramite le quali individuiamo le posizioni delle masse. Indagare le connessioni di sistemi materiali dati non è compito della meccanica, bensì della fisica sperimentale; le caratteristiche distintive, attraverso le quali si differenziano i vari sistemi materiali sono, anche secondo la nostra rappresentazione, semplicemente e soltanto le connessioni delle loro masse. Abbiamo solo collegato a coppie i concetti fondamentali, nella discussione fin qui condotta; d'ora in poi, ci volgiamo alla meccanica vera e propria, nella quale detti concetti devono essere considerati simultaneamente, in senso più stretto. Noi riusciamo a coniugare in un'unica legge fondamentale, che presenta un'analogia stretta con l'usuale legge d'inerzia, la loro generale connessione, in accordo con l'esperienza. Infatti, nella terminologia che noi usiamo, tale legge si può tradurre nell'asserzione: ogni moto naturale di un sistema materiale a sé stante sussiste in modo tale che il sistema seguirà uno dei suoi cammini direttissimi con velocità uniforme. Naturalmente, tale asserzione diviene comprensibile solo dopo averne specificata propriamente la terminologia matematica; ma il senso della proposizione è traducibile anche nell'usuale linguaggio della meccanica. Tale proposizione compendia cioè semplicemente, in un'unica affermazione, l'usuale legge d'inerzia e il principio della minima costrizione di Gauss. Essa afferma quindi che, se le connessioni del sistema potessero essere momentaneamente eliminate, le sue masse risulterebbero disperdersi secondo un moto rettilineo e uniforme ma che, non essendo tale eliminazione possibile, dette masse permangono quanto più prossime possibile a tale moto. Questa legge fondamentale è, nella nostra immagine della meccanica vera e propria, la prima, ed anche ultima, proposizione empirica. Da questa, unitamente all'ammessa ipotesi delle masse nascoste e delle connessioni normali, noi deriviamo, in modo puramente deduttivo, il restante contenuto della meccanica. Attorno ad essa accorpriamo come conseguenze, ovvero come affermazioni parziali, i

restanti principi generali, secondo la relazione che presentano con tale legge e secondo le loro reciproche relazioni. Ci prefiggiamo di dimostrare come, con tale riordinamento, il contenuto della nostra scienza non risulti meno ricco e molteplice rispetto al contenuto di una meccanica che prenda le mosse da quattro concetti fondamentali; comunque, non meno ricco e molteplice di quanto la rappresentazione della natura richiede. Del resto, anche nel nostro sistema risulta presto appropriata l'introduzione del concetto di forza. Ma la forza non compare ora come qualcosa di indipendente da noi e a noi estraneo, bensì come una struttura matematica ausiliaria, le cui proprietà dominiamo completamente e che non ha perciò, di per sé, nulla di misterioso per noi. Secondo la legge fondamentale cioè, ogni qual volta due corpi appartengano ad uno stesso sistema, il moto dell'uno è codeterminato attraverso il moto dell'altro. Il concetto di forza emerge ora dal fatto che noi troviamo conveniente, per determinate ragioni, scomporre la determinazione del moto dell'uno, dovuto a quello dell'altro, in due stadi, dicendo che il moto del primo corpo determina una forza e che tale forza determina, in prima istanza, il moto del secondo corpo. In tal modo, ciascuna forza risulta sì sempre causa del moto ma, con ugual diritto e nello stesso tempo, anche conseguenza del moto; precisamente parlando, essa diviene semplicemente il termine medio concepito tra due moti. E' chiaro che, secondo tale punto di vista, le proprietà generali della forza devono seguire per logica necessità dalle leggi fondamentali e, qualora vediamo corroborate tali proprietà in esperienze possibili, non ce ne meravigliamo, fintanto che non dubitiamo della nostra legge fondamentale. In questi termini stanno le cose anche per quanto concerne il concetto di energia e per ogni altra struttura ausiliaria che introduciamo.

Quindi gli effetti che noi osserviamo sono assegnati da Hertz a masse nascoste e, per questo, la massa è per lui un concetto fondamentale (insieme a spazio e tempo) per descrivere l'intera fisica.

Enunciato così il suo programma, Hertz passa a definire le grandezze che sono alla base della sua meccanica:

1 OSSERVAZIONE PRELIMINARE. L'esperienza rimane completamente al di fuori della materia del primo libro.

Tutti gli asserti enunciati sono giudizi "a priori" nel senso di Kant. Essi poggiano sulle leggi dell'intuizione interna e sulle forme della logica propria dell'enunciarne, senz'alcun'altra connessione con l'esperienza esterna dello stesso, eccezion fatta per quelle che tali intuizioni e forme hanno per lui.

CAPITOLO 1

TEMPO, SPAZIO, MASSA

2 COMMENTO. Il tempo del primo libro è il tempo della nostra intuizione interna. Esso è quindi una grandezza, dalla cui variazione possono essere pensate dipendere le variazioni delle rimanenti grandezze considerate, mentre esso rimane, di per se stesso, una variabile indipendente. Lo spazio del primo libro è lo spazio della nostra concezione. Esso è dunque lo spazio della geometria euclidea, con tutte le proprietà che tale geometria ad esso ascrive. E' per noi irrilevante che si considerino tali proprietà come date attraverso le leggi dell'intuizione interna, ovvero come necessarie conseguenze di definizioni arbitrarie.

La massa del primo libro verrà introdotta attraverso una definizione.

3 DEFINIZIONE 1. Una particella materiale è una caratteristica, attraverso la quale noi associamo un determinato punto dello spazio, ad un dato istante, ad un dato punto dello spazio, ad ogni altro istante. Ciascuna particella materiale è invariabile e indistruttibile. In due distinti istanti di tempo, i punti dello spazio, contraddistinti attraverso la particella materiale stessa, giungono a coincidere, qualora detti istanti giungano a coincidere. Queste determinazioni sono già contenute nella definizione, purché il suo senso venga correttamente inteso.

4 DEFINIZIONE 2. Il numero di particelle materiali in uno spazio qualsiasi, confrontato col numero di particelle materiali che si trovano in un dato spazio ad un dato

istante, è detto essere la massa contenuta nello spazio di partenza.

Il numero delle particelle materiali dello spazio-campione può e deve essere scelto come infinitamente grande. Come conseguenza, la massa della singola particella materiale diverrà, a norma di definizione, infinitamente piccola. La massa in uno spazio qualsiasi può perciò assumere qualsiasi valore, razionale o irrazionale.

5 DEFINIZIONE 3 Una massa finita o infinitesima, concepita in uno spazio infinitesimo, è detta essere un punto materiale.

Un punto materiale consiste perciò in un certo numero di particelle materiali interconnesse. Tale numero deve tuttavia essere infinitamente grande; condizione che può essere soddisfatta, purché pensiamo le particelle materiali come infinitesimi di ordine superiore rispetto ai punti materiali, già considerati di massa tendente a zero. Le masse dei punti materiali infinitesimi possono perciò stare tra loro in qualsiasi rapporto, razionale o irrazionale.

6 DEFINIZIONE 4. Un numero qualsiasi dei punti materiali precedentemente considerati, è detto essere un sistema di punti materiali o, brevemente, un sistema. La somma delle masse dei singoli punti è, per il § 4, la massa del sistema. Un sistema finito consta quindi di un numero finito di punti materiali finiti, ovvero di un numero infinito di punti materiali infinitesimi, ovvero ancora di entrambe le cose. E' sempre possibile riguardare il sistema di punti materiali come formato da un numero infinito di particelle materiali.

7 ANNOTAZIONE 1. Nel seguito, tratteremo sempre il sistema finito come costituito da un numero finito di punti materiali finiti. Ma, per via del fatto che non imponiamo limiti superiori al loro numero, né limiti inferiori alle loro masse, le nostre affermazioni generali comprenderanno come caso particolare anche il caso in cui il sistema contenga un numero infinito di punti materiali infinitesimi. Non ci inoltreremo nei dettagli che la trattazione analitica di tale caso comporterebbe.

8 ANNOTAZIONE 2. Il punto materiale può essere considerato come un caso particolare e come il più semplice esempio di sistema di punti materiali.

Da queste premesse si parte per la costruzione di una meccanica completamente assiomatica e, per la verità, molto ma molto complessa tanto da non lasciare spazio alla comprensione di chi non sia un grande conoscitore di fisica e di matematica. Osservo solo che la massa, pur presente, diventa evanescente.

L'INTERVENTO DI ERNST MACH

Abbiamo fin qui accennato ad alcuni tentativi e lavori che cercavano di rifondare la meccanica newtoniana su basi differenti. Ma il rappresentante più noto e più influente di questo movimento di pensiero fu senza dubbio il fisico-fisiologo-filosofo austriaco E. Mach (1838-1916) sul quale occorre soffermarsi un poco.

Il nostro, laureatosi in fisica a Vienna nel 1860, iniziò degli studi di fisiologia e nel 1863 pubblicò un primo lavoro, *Compendio di fisica per medici*, nel quale mostrò di essere un convinto meccanicista: tutte le scienze, come anche la fisiologia, non sono altro che meccanica applicata. Ma fu proprio la fisiologia che poco a poco scosse dalle fondamenta la sua fede meccanicista. La questione, così come si poneva all'inizio, era: come nella fisiologia molte difficoltà sorgono perché si vuole spiegare tutto con la fisica, allo stesso modo, nella fisica le difficoltà nascono perché si vuole spiegare tutto con la meccanica. Il suo primo intervento sul problema massa, Mach lo fece in un suo lavoro breve (1867), cinque sole pagine, *Über die Definition der Masse*, che ebbe difficoltà di pubblicazione. Mach rifiutò da subito, nell'ambito scientifico, il concetto di quantità di materia ed addirittura quello di materia. Riconosceva invece alla massa una notevole importanza in quanto grandezza fisico-matematica che ha una grande utilità nella fisica teorica per la sua caratteristica di costanza nei corpi fisici. E' quindi necessario definirla e determinarla indipendentemente da qualsiasi ipotesi fisica relativa a forze.

Seguiamo il discorso di Mach, attraverso la ricostruzione di Jammer.

Supponiamo di avere due punti materiali A e B (due corpi di dimensioni piccole rispetto alla loro distanza, costituenti un sistema isolato). Sia a_{AB} l'accelerazione di A dovuta a B ed a_{BA} l'accelerazione che B subisce da A. D'accordo con l'esperienza, queste accelerazioni hanno stessa direzione, verso opposto ed un rapporto negativo che possiamo denotare con $m_{A/B}$, che è una costante positiva indipendente dalla distanza dei due punti materiali:

$$(30) \quad m_{A/B} = -\frac{a_{B/A}}{a_{A/B}}$$

che è, come detto, una costante positiva.

Sostituendo B con un altro punto materiale C si ottiene analogo risultato:

$$(31) \quad m_{A/C} = -\frac{a_{C/A}}{a_{A/C}}$$

che è altra costante positiva.

Supponiamo ora che siano i punti materiali C e B ad interagire. Si ha:

$$(32) \quad m_{C/B} = -\frac{a_{B/C}}{a_{C/B}}$$

che è ancora una costante positiva.

E' ora noto dall'esperienza (Mach lo mostrò con una esperienza ideale) che i tre rapporti di massa soddisfano la seguente relazione transitiva:

$$(33) \quad m_{A/B} = m_{A/C} \cdot m_{C/B}$$

Ognuno di tali rapporti di massa può quindi essere rappresentato come rapporto di due numeri positivi:

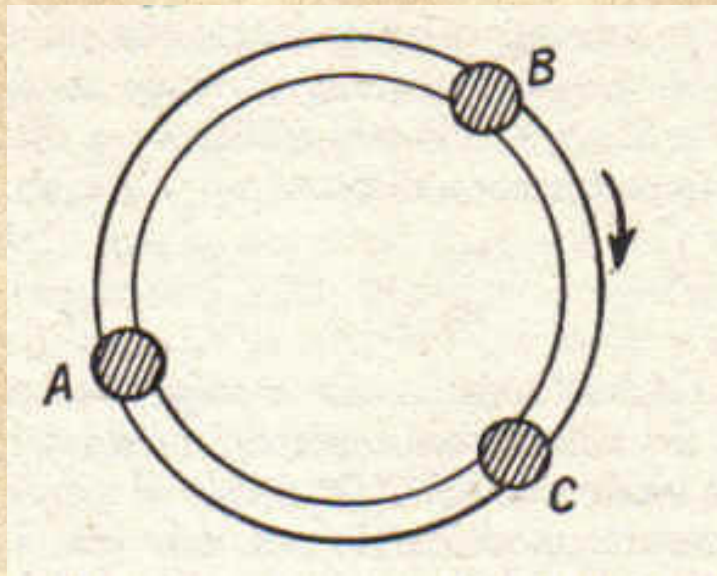
$$\begin{aligned}
 m_{A/B} &= \frac{m_A}{m_B} \\
 m_{A/C} &= \frac{m_A}{m_C} \\
 m_{C/B} &= \frac{m_C}{m_B}
 \end{aligned}
 \tag{34}$$

dove le costanti introdotte m_A, m_B, m_C (una delle quali può essere scelta a piacere come unitaria) saranno chiamate le masse relative dei punti materiali A, B, C. Con queste posizioni le relazioni (30), (31) e (32) diventano:

$$\begin{aligned}
 m_A' \alpha_{A/B} &= -m_B' \alpha_{B/A} \\
 m_A' \alpha_{A/C} &= -m_C' \alpha_{C/A} \\
 m_C' \alpha_{C/B} &= -m_B' \alpha_{B/C}
 \end{aligned}
 \tag{35}$$

In queste relazioni si può vedere che m_A , coefficiente associato al primo corpo, è indipendente dalla natura del secondo corpo; infatti sia quando A interagisce con B, sia quando interagisce con C, la sua massa relativa m_A rimane la stessa. Se m_A è presa come massa unitaria, m_B ed m_C possono essere chiamate semplicemente masse di B e C.

La validità della (33) si può dimostrare nel modo seguente, tenendo conto che qui non siamo in matematica dove si può far ricorso alla proprietà transitiva ma in fisica. E la (33) è una relazione fisica. Mach dimostrò la (33) a partire dal principio di conservazione dell'energia dato come certo (l'empiricista Mach è molto vicino filosoficamente alla scuola degli energetisti di Ostwald). Riferendoci alla figura seguente, siano tre corpi elastici A, B, C, infilati in un anello in cui



possano scorrere senza attrito. A e B si comportino come aventi eguale massa rispetto a C; supponiamo che A possa comportarsi come avente massa maggiore di B. Si metta in moto B nel senso BC; B urta C, gli cede la propria velocità e si ferma; C urta A, cede la velocità e si ferma; invece A urta B, gli conferisce una velocità maggiore di quella che B aveva all'inizio del moto e ne conserva ancora una parte. Dunque a ogni giro si avrebbe una creazione d'energia. Se A avesse massa minore di B, basterebbe invertire il senso del moto, per giungere allo stesso risultato; dunque, A e B hanno eguale massa.

Il vantaggio di questo procedimento è un'economia di pensiero, lo scopo precipuo cui deve tendere la scienza, secondo Mach. Infatti, questa definizione di massa contiene in sé la seconda legge del moto, di cui la prima è un caso particolare, e rende superfluo il terzo principio.

Come spesso succede, le nuove idee del Mach ebbero oppositori decisi e ammiratori entusiasti. Esse furono aspramente discusse per almeno un trentennio, e tali discussioni servirono ad approfondirne i limiti (una tale definizione, ad esempio, dipende dal sistema di riferimento). Infatti, e la cosa fu riconosciuta dallo stesso Mach, questo modo di ragionare è già implicito nel 3° principio della dinamica, quello di azione e reazione.

Più tardi, Mach diede corpo all'insieme delle sue idee sulla Meccanica nella sua opera principale, *La Meccanica nel suo sviluppo storico critico*, che vide la luce, in prima edizione, nel 1883. In questo lavoro Mach ricostruiva la storia della Meccanica a partire dalle origini. La sua non era una semplice storia ma, come annuncia il titolo dell'opera, una vera e propria critica dei fondamenti della meccanica, al modo in cui sono stati formulati e si sono affermati. L'interesse principale dell'opera di Mach è che questa critica della meccanica si afferma dall'interno del mondo della fisica e la tesi di fondo su cui il lavoro è imperniato è che, nel passato, la meccanica ha svolto un ruolo

fondamentale, mentre ora risulta un freno che tende a limitare la grande mole dei diversi fatti empirici.

Senza voler entrare in un'analisi che abbia una qualche pretesa di completezza, veniamo a quanto sostenuto da Mach nella sua *Meccanica* in relazione ad alcuni concetti fondamentali della meccanica: massa, principio di azione e reazione, spazio, tempo e movimento.

Cominciamo dalla massa e dal principio di azione e reazione. Scriveva Mach:

Per quanto riguarda il concetto di massa, osserviamo che la formulazione data da Newton è infelice. Egli dice che la massa è la quantità di materia di un corpo misurata dal prodotto del suo volume per la densità. Il circolo vizioso è evidente. La densità infatti non può essere definita se non come la massa dell'unità di volume.

Come abbiamo più volte detto, non si può definire una grandezza mediante un'altra grandezza non definita e così la massa risulta priva di una definizione. Questa difficoltà ne comporta delle altre particolarmente in connessione al principio di azione e reazione. Infatti, come scriveva Mach,

Poiché Newton ha definito come misura della forza la quantità di moto acquisita nell'unità di tempo (massa per accelerazione), ne segue che corpi agenti l'uno sull'altro si comunicano in tempi uguali quantità di moto uguali ed opposte, ossia si comunicano velocità opposte inversamente proporzionali alle loro masse.

Se mettiamo ora in relazione quanto qui detto con ciò che Mach aveva osservato a proposito del concetto di massa arriviamo, con Mach, ad affermare:

L'oscurità del concetto di massa si fa evidente quando si applica in dinamica il principio di azione e reazione. Pressione e contropressione possono essere uguali, ma come sappiamo che pressioni uguali producono velocità inversamente proporzionali alle masse ? ... [Infatti] i due distinti enunciati con cui Newton ha formulato il concetto di massa ed il principio di reazione dipendono l'uno dall'altro, cioè l'uno suppone l'altro.

A questo punto Mach passava a formulare il concetto di massa ed il principio di azione e reazione in un modo che rappresentasse un superamento delle difficoltà accennate:

Dato che esperienze meccaniche ci informano dell'esistenza nei corpi di una particolare caratteristica che determina l'accelerazione, niente impedisce di formulare in via ipotetica la seguente definizione: Diciamo corpi di massa uguale quelli che, agendo l'uno sull'altro, si comunicano accelerazioni uguali ed opposte. Con ciò non facciamo altro che designare una relazione fattuale ... Se scegliamo il corpo A come unità di misura, attribuiremo la massa m a quel corpo che imprime ad A un'accelerazione pari a m volte l'accelerazione che esso riceve da A. Il rapporto delle masse è il rapporto inverso delle accelerazioni preso con segno negativo ... Il nostro concetto di massa non deriva da alcuna teoria. Esso contiene soltanto la precisa determinazione, designazione e definizione di un fatto. La quantità di materia è del tutto inutile.

Definita così la massa, cosa resta del principio di azione e reazione ?

Il concetto di massa che noi proponiamo rende inutile una formulazione distinta del principio di azione e reazione. Nel concetto di massa e nel principio di azione e reazione ... viene enunciato due volte lo stesso fatto; cosa evidentemente superflua. Nella nostra definizione, dicendo che due masse 1 e 2 agiscono l'una sull'altra, si è già detto che esse si comunicano accelerazioni opposte che stanno tra loro nel rapporto 2:1.

A proposito quindi della massa, la cui definizione - secondo Mach - sottende quella del principio di azione e reazione, il nostro autore poteva così concludere:

Resi attenti dall'esperienza, abbiamo scoperto che esiste nei corpi una particolare caratteristica determinante accelerazione. Con il riconoscimento e la designazione non equivoca di questo fatto, la nostra opera è compiuta. Non andiamo oltre questa designazione, perché qualsiasi aggiunta causerebbe solo oscurità. Ogni incertezza scompare quando si sia capito che nel concetto di massa

non è contenuta una teoria, ma una esperienza.

Prima di andare oltre nella ricostruzione della critica di Mach, sono importanti alcune osservazioni. Innanzitutto è da negare l'ultima affermazione di Mach? all'interno della definizione di massa che egli ci fornisce (rapporto delle masse come rapporto inverso delle accelerazioni, cambiato di segno) c'è una teoria e, pare incredibile, proprio la seconda legge di Newton (oltre alla prima legge della dinamica). Nessuno ci autorizza infatti a sostenere, basandoci sulla sola osservazione, che due componenti di un dato sistema si muovano sotto la sola influenza delle loro azioni mutue. Affermare ciò prevede l'applicazione della teoria di Newton nel caso di un sistema isolato. Inoltre quella stessa definizione di massa è almeno soggetta ad un'altra critica, si badi bene, all'interno degli stessi ragionamenti svolti da Mach. Come noto, una delle polemiche più accese di Mach sarà contro lo spazio assoluto di Newton e conseguentemente contro il moto assoluto. Ebbene, Mach non si preoccupa di estendere la validità della sua definizione né di verificarla in un riferimento diverso, sia esso dotato di velocità costante sia esso accelerato. Sembra che confonda il *definire* con un metodo di misura per calcolare? Ed ancora che fine fa il principio di azione e reazione nella statica, dove non compaiono accelerazioni? In definitiva, con Bunge, si può sostenere che qui Mach fa molta confusione: per rincorrere il fantasma dell'esperimento confonde una uguaglianza (rapporto tra masse = - rapporto inverso tra accelerazioni) con una identità ed assegna quindi lo stesso significato al primo ed al secondo membro, utilizzando il tutto come definizione (c'è una uguaglianza numerica non logica: e in una uguaglianza del genere - la 33 - non è consentito eliminare uno dei due membri presupponendolo più importante dell'altro).

E' inoltre di nuovo errato il voler considerare la seconda legge come una definizione in termini di massa e di forza. Se tale legge fosse solo convenzionale, sarebbe sempre vera ed invece, sperimentalmente, non lo è; infine la definizione stessa in senso stretto ha un limite di validità molto limitato (ad esempio varrebbe solo in riferimenti inerziali dotati gli uni rispetto agli altri di piccole velocità).

Non è ozioso ricordare qui che la meccanica è nata in un determinato contesto in cui sarebbe stato possibile, secondo Mach, utilizzare criteri antieconomici. Oggi è necessario prendere atto che molte delle affermazioni del passato debbono essere riviste. Gli stessi fondamenti della meccanica, nella visione di Poincaré accettata da Mach, non sono altro che delle "*convenzioni che avrebbero potuto essere diverse.*"

Del resto, secondo Mach,

Tutta la scienza ha lo scopo di sostituire, ossia di economizzare esperienze mediante la riproduzione e l'anticipazione di fatti nel pensiero. Queste riproduzioni sono più maneggevoli dell'esperienza diretta e sotto certi rispetti la sostituiscono. Non occorrono riflessioni molto profonde per rendersi conto che la funzione economica della scienza coincide con la sua stessa essenza ... Non riproduciamo mai i fatti nella loro completezza, ma solo in quei loro aspetti che sono importanti per noi, in vista di uno scopo nato direttamente o indirettamente da un interesse pratico.

Ma allora, si potrebbe obiettare, come mai, proprio nelle parole dello stesso Mach, una volta la scienza poteva essere antieconomica ? Una possibile risposta sembra adombrare quanto viene più o meno decisamente negato da molti fisici ed epistemologi del nostro tempo (e non solo): **La scienza è determinata dal modo di produzione** e, nell'epoca di Mach, in connessione con un enorme sviluppo economico (l'età dell'imperialismo), alla scienza si richiede proprio economicità, efficienza. Questo concetto è ben espresso dallo stesso Mach nelle ultime pagine della sua Meccanica:

La divisione del lavoro, la specializzazione di un ricercatore in un piccolo dominio, l'esplorazione di questo dominio perseguita come compito di tutta una vita sono condizioni necessarie per un fruttuoso progresso scientifico.

Ritornando alla concezioni di Mach sulla meccanica ed in particolare ai rapporti di essa con la fisica, il nostro arriva alla conclusione che, in questo contesto di economicità della scienza, occorre smetterla di voler interpretare tutto con la meccanica:

Non esistono fenomeni puramente meccanici. Quando delle masse si comunicano accelerazioni reciproche, in apparenza vi è solo un fenomeno di moto, ma in realtà a questo moto sono legate variazioni termiche, magnetiche ed elettriche che, nella misura in cui si producono, modificano quel fenomeno ... Volendo parlare con precisione, ogni fenomeno appartiene a tutti i domini della fisica, che sono distinti l'uno dall'altro per ragioni convenzionali, per ragioni fisiologiche o anche per ragioni

storiche.

La concezione secondo cui la meccanica è il fondamento di tutte le altre parti della fisica, e perciò tutti i fenomeni fisici devono essere spiegati meccanicamente, è per noi un pregiudizio. La conoscenza più antica in ordine di tempo non deve necessariamente restare il fondamento dell'intelligibilità di ciò che è scoperto più tardi ... Dobbiamo limitarci all'espressione del fattuale senza costruire ipotesi su ciò che sta al di là di questo, e non può essere conosciuto e verificato ...

Le ipotesi meccaniciste non costituiscono un effettivo risparmio di concetti scientifici ... Quando un'ipotesi ha facilitato per quanto è possibile, l'acquisizione di fatti nuovi sostituendo ad essi idee già familiari, ha esaurito la sua funzione. E' un errore credere che le ipotesi possano spiegare i fatti meglio di quanto facciano i fatti stessi.

La serrata, puntuale e, molto spesso, profonda critica di Mach alla meccanica ebbe certamente molta influenza sul suo tempo. In particolare le critiche alla massa, alla forza, allo spazio, al tempo ed al moto, direttamente od indirettamente, andavano prefigurando i profondi rivolgimenti che avrebbero scosso la fisica in quegli anni, soprattutto con la nascita e l'affermazione della relatività einsteniana.

Ma la polemica di Mach doveva riguardare ogni aspetto che avesse riguardato il meccanicismo e così anche la causalità, intesa come un tipico strumento di quel meccanicismo che si attaccava su tutti i fronti, divenne oggetto di una dura critica da parte di Mach. Così scriveva Mach:

Quando parliamo di causa e di effetto, noi mettiamo arbitrariamente in evidenza quegli aspetti, sul cui rapporto poniamo attenzione in vista di un risultato per noi importante. Ma nella natura non vi è né causa né effetto ... Il carattere essenziale della connessione causa-effetto esiste solo nell'astrazione che compiamo allo scopo di riprodurre i fatti (707) ... Si può dire che c'è una categoria dell'intelletto sotto la quale è sussunta ogni nuova esperienza, purché si riconosca che essa ha avuto origine dall'esperienza. L'idea della necessità del rapporto causa-effetto ha probabilmente la sua prima origine ... dall'osservazione dei nostri movimenti volontari e dei

mutamenti che provochiamo con essi nell'ambiente circostante ... Causa ed effetto sono enti mentali aventi una funzione economica. Alla domanda perché essi esistano, è impossibile rispondere, per il fatto che proprio astraendo da ciò che è uniforme abbiamo imparato a chiedere perché.

In definitiva, per Mach, la causa indica la necessità di un dato effetto; ma noi non ci imbattiamo mai nelle necessità; esse non ci sono mai offerte dalla natura, esulando dalla nostra esperienza. Secondo Mach, il concetto matematico di funzione può utilmente sostituire l'inesistente dipendenza causa-effetto.

E' utile chiudere queste considerazioni su Mach, con la domanda che egli si fece lasciando ad altri il compito di rispondere: "*Perché i sistemi inerziali spiccano, da un punto di vista fisico, rispetto ad altri sistemi di coordinate ?*".

LA CRITICA DI POINCARÉ

Riguardo al secondo principio, anche Poincaré (1854 - 1912) intervenne all'aprirsi del nuovo secolo. Egli sostenne che tale principio, così come è formulato, basato cioè sul concetto di forza come causa di accelerazioni di date masse, è privo di significato perché non sappiamo né cos'è la massa né cos'è la forza. Quindi, "*quando si dice che la forza è la causa di un movimento si fa della metafisica.*" Perché la definizione di forza abbia senso occorre potere e sapere misurare quest'ultima, e per far ciò non c'è altro modo che passare al confronto diretto di due forze che ci permetta, ad esempio, di stabilire quando esse sono uguali. Per realizzare questo proposito, secondo Poincaré, disponiamo di tre regole: l'uguaglianza di due forze che si fanno equilibrio; l'uguaglianza dell'azione e della reazione (terzo principio); l'ammissione che certe forze, come il peso, sono costanti nella grandezza e nella direzione. Il fatto poi che il principio di azione e reazione debba intervenire nella definizione dell'uguaglianza di due forze fa sì che

tale principio non deve essere più considerato come una legge sperimentale ma come una definizione.

Poste così le cose, si può affermare, con Kirchhoff, che la forza è uguale alla massa per l'accelerazione ma, "*la legge di Newton cessa a*

sua volta di essere considerata una legge sperimentale; è una semplice definizione".

Ed anche come definizione è ancora insufficiente "*perché non sappiamo cos'è la massa*". Per completarla occorre di nuovo far ricorso alla *definizione di azione e reazione*:

Due corpi A e B agiscono l'uno sull'altro; l'accelerazione di A moltiplicata per la massa di A è uguale all'azione di B su A; nello stesso modo, il prodotto dell'accelerazione di B per la sua massa è uguale alla reazione di A su B. Poiché, per definizione, l'azione è uguale alla reazione, le masse di A e di B sono in ragione inversa delle accelerazioni di questi due corpi. Ecco definito il rapporto delle due masse: spetta all'esperienza verificare che esso è costante.

Si tratta solo di un'approssimazione, poiché bisognerebbe tener conto delle attrazioni che tutti i corpi dell'universo esercitano su A e su B. E l'approssimazione è lecita solo se noi ammettiamo l'ipotesi delle forze centrali.

Ma abbiamo il diritto di ammettere l'ipotesi di forze centrali ?

Se dovessimo abbandonare questa ipotesi ci troveremmo di fronte al crollo dell'intera meccanica; non sapremmo più come misurare le masse ed il principio di azione e reazione dovrebbe essere enunciato così:

Il movimento del centro di gravità di un sistema sottratto ad ogni azione esteriore sarà rettilineo ed uniforme ...Ma [poiché] non esiste sistema che sia sottratto ad ogni azione esteriore, la legge del movimento del centro di gravità non è rigorosamente vera, se non applicandola all'universo tutto intero.

E in che modo potremmo noi misurare le masse seguendo i movimenti del centro di gravità dell'universo ? La cosa è manifestamente assurda ed allora siamo costretti a riconoscere la nostra impotenza ricorrendo alla seguente definizione:

le masse sono dei coefficienti che è comodo introdurre nei calcoli.

Insomma, l'esperienza è certamente potuta servire di base ai principi

della meccanica ma, poiché questi principi non sono altro che approssimazioni (e già lo sappiamo), esperienze più precise non potranno aggiungere mai niente a quanto sappiamo e quindi l'esperienza non potrà mai contraddire questi principi.

Più oltre Poincaré definisce quello che da lui è chiamato il "*principio del movimento relativo*":

Il movimento di un sistema qualunque deve ubbidire alle stesse leggi, che si riferiscono a degli assi fissi, o a degli assi mobili trascinati da un movimento rettilineo ed uniforme.

Ed osserva che?

Così enunciato il principio del movimento relativo rassomiglia singolarmente a ciò che ho chiamato il principio dell'inerzia generalizzato; ma non è la stessa cosa, poiché, qui si tratta delle differenze di coordinate, e non delle coordinate stesse. Il nuovo principio c'insegna dunque qualcosa di più.

Ma poiché, per questo principio si può fare la stessa discussione fatta per il principio d'inerzia generalizzato, ne consegue che anche esso non può essere né dato a priori, né ricavato come risultato immediato dell'esperienza.

In ultima analisi, i principi della meccanica, da una parte sono verità fondate su una esperienza grossolana, dall'altra sono postulati applicabili all'intero universo da considerarsi come veri. Ebbene, se possiamo considerare i principi della meccanica come postulati è per una semplice convenzione, la quale non è arbitraria ma, come alcune esperienze ci hanno mostrato, comoda.

Occorre quindi rifarsi a questi principi generali, che sono cinque o sei, poiché la loro

applicazione ... ai differenti fenomeni fisici basta per insegnarci ciò che ragionevolmente possiamo aspettarci di conoscere di una cosa ... Questi principi sono il risultato di esperienze sommamente generalizzate, e dalla loro stessa generalità sembrano acquistare un grado elevato di certezza. In effetti, quanto più generali sono, tanto più frequentemente si ha l'occasione di metterli alla prova, e

moltiplicandosi le verifiche, assumendo le forme più diverse e più insperate, finiscono per non lasciar posto a dubbi.

Ma, allo stato presente, questi principi mostrano alcune crepe che occorre chiudere al più presto in qualche modo. Una miriade di fatti sperimentali sembra non accordarsi con essi. Dopo una attenta disamina abbastanza scoraggiante di tali crepe, Poincaré formula un accorato appello:

E' necessario che non si abbandonino i principi prima di aver fatto uno sforzo leale per salvarli.

Ed aggiunge:

E' inutile accumulare ipotesi, poiché non si possono soddisfare in una volta. tutti i principi. Fino ad ora non si è riusciti a salvaguardarne alcuni senza sacrificarne degli altri, ma la speranza di ottenere migliori risultati non è del tutto persa.

Com'è possibile far ciò ? La risposta a questa domanda permette a Poincaré di scrivere la seguente proposizione di grande interesse:

Forse ... dovremmo costruire tutta una nuova meccanica che non facciamo altro che intravedere, nella quale, aumentando l'inerzia con la velocità, la velocità della luce diventerebbe un limite insuperabile. La meccanica ordinaria, più semplice, rimarrebbe come una prima approssimazione, dato che sarebbe vera per velocità non molto grandi, di modo che ancora torneremo a trovare l'antica dinamica al di sotto della nuova.

Ed anche Poincaré mostra che ciò di cui disponiamo è insufficiente per capire e per continuare ad andare oltre. Il rischio è il tracollo di tutto l'edificio. Occorrerebbe ...

TENTATIVI DI COSTRUIRE UNA NUOVA FISICA FONDATA SULL'ELETTROMAGNETISMO: WIEN ED ABRAHAM

(Per l'esatta comprensione delle cose trattate in questo paragrafo e nei successivi è utile leggersi il lavoro sulla Relatività da [qui](#) in

avanti)

Non ci resta ora che andare a discutere di un altro tentativo che, proprio al nascere del nuovo secolo, venne tentato per cercare di mettere a posto le incongruenze con la meccanica che nascevano da una branca della fisica che in cento anni si era enormemente sviluppata: l'elettrodinamica (o elettromagnetismo). Si tentò di fondare una nuova fisica su basi elettromagnetiche.

Abbiamo già fatto cenno alla raccolta di saggi che nel 1900 si pubblicò in onore di Lorentz. Tra questi abbiamo citato quello di Poincaré che discuteva del non accordo della teoria di Lorentz con il principio di azione e reazione.

In un saggio che nel 1900 era stato scritto in onore del grande fisico Lorentz, ve ne era uno del fisico tedesco W. Wien (1864-1928), *Possibilità di una base elettromagnetica per la meccanica*, nel quale, dalla ripresa di alcune idee avanzate da J.J. Thomson nel 1881 e successivamente sviluppate da Heaviside nel 1889, si prospettava la possibilità di ricavare le equazioni fondamentali della meccanica a partire dalle equazioni del campo elettromagnetico. In questo lavoro Wien riteneva di poter generalizzare il risultato di Heaviside ricavando dalla teoria elettromagnetica l'inerzia meccanica. Egli scrive:

L'inerzia della materia, che ci dà una definizione della massa indipendentemente dalla gravità, si può dedurre senza altre ipotesi dalla nozione già frequentemente impiegata di inerzia elettromagnetica.

L'elaborazione di questi concetti lo portò a trovare un risultato in accordo con quello di Heaviside per piccole velocità. La massa di una particella carica in moto era dunque dovuta alla sua massa a riposo, alla quale si aggiungeva una *massa elettromagnetica*, che nasceva a seguito del moto per un effetto di autoinduzione. Quando infatti una particella carica è in moto essa equivale ad una corrente alla quale si accompagna un campo elettromagnetico costante. Ogni variazione di velocità di questa particella comporterà una variazione di intensità del campo magnetico che la circonda ed ogni variazione di questo campo comporta il nascere di una corrente indotta (in questo caso autoindotta). Poiché le correnti indotte tendono ad opporsi alle cause che le hanno generate (legge di Lenz), si originerà una forza che tenderà ad opporsi alle accelerazioni della particella (sono quelle che provocano

l'autoinduzione). Tutto va come se la particella avesse un'inerzia più grande e cioè una massa più grande che, originatasi in questo modo, è di natura elettromagnetica. Questo aumento di massa sarà tanto più grande quanto più è grande la velocità della particella poiché a velocità maggiori della particella corrispondono campi magnetici più intensi e quindi autoinduzioni più intense (nel caso in cui la particella subisca accelerazioni). Data poi l'asimmetria della variazione del campo magnetico nella direzione del moto (longitudinale) ed in quella perpendicolare (trasversale) bisognerà considerare, al momento della variazione della velocità, due masse differenti, quella longitudinale e quella trasversale.

Naturalmente questa e le altre elaborazioni teoriche che seguirono traevano spunto dalla *scoperta* dell'elettrone da parte di J.J. Thomson. E, sull'onda delle esperienze di quest'ultimo, altre ne furono immediatamente pensate e realizzate. Alcune di queste ebbero una notevole influenza sugli ulteriori sviluppi della fondazione elettromagnetica della meccanica.

In particolare, grande interesse suscitavano i lavori sperimentali del fisico tedesco W. Kaufmann. (1871-1947). Egli, con esperienze estremamente complesse e delicate (1901-1905), nel misurare il rapporto tra la carica e la massa degli elettroni emessi dal bromuro di radio (a velocità molto elevate), ebbe modo di osservare una notevole variazione della massa con la velocità; in particolare trovò che a grandi velocità il rapporto tra la carica e la massa diminuiva e, poiché era fuori discussione la costanza della carica (la teoria degli elettroni non la contemplava), se ne doveva concludere che era la massa ad aumentare. Nel suo primo lavoro (1901) Kaufmann concluse che la massa meccanica dell'elettrone era dello stesso ordine di grandezza della massa elettromagnetica. Successivamente (1902-1903) egli affermò che l'intera massa dell'elettrone era di natura elettromagnetica.

Dalle esperienze di Kaufmann e dai lavori di Wien presero spunto le elaborazioni teoriche del più noto tra i sostenitori del *programma elettromagnetico*, il fisico tedesco M. Abraham (1857-1922). Egli, in due successive memorie (1902-1903), sostenne la sua tesi di fondo che consisteva nel considerare tutta la massa come elettromagnetica, trovando dei risultati che sembravano in perfetto accordo con le esperienze di Kaufmann. Per elaborare la sua teoria Abraham: ricorse ad alcuni risultati conseguiti da Poynting nel 1884 (teorema omonimo), che gli servirono per introdurre (1903) nella sua trattazione il concetto di quantità di moto elettromagnetica; fece uso della espressione data da Lorentz per la forza cui è soggetta una particella

carica in un campo elettromagnetico (forza di Lorentz) e più in generale delle equazioni di Maxwell scritte nella forma di Lorentz; partì dall'ipotesi di esistenza di elettroni dotati di carica negativa in tutti i corpi la cui massa fosse di natura elettromagnetica.

Una grande difficoltà nasceva però fino dall'inizio; se un elettrone è di natura puramente elettromagnetica ed è carico negativamente, come fa ad essere stabile? Quali forze e di che natura lo tengono unito, visto che le sue diverse parti, essendo cariche dello stesso segno, tendono a respingersi e quindi a disintegrarlo?

Per evitare questa difficoltà, Abraham ricorse ad un'ipotesi discutibile, almeno a questo punto dell'elaborazione teorica. Egli suppose che l'elettrone fosse una sfera perfettamente rigida ed indeformabile (sia quando esso era in quiete sia quando era in moto) nel quale la carica fosse distribuita in modo uniforme (o nel volume o nella superficie). In particolare, secondo Abraham, l'ipotesi di un elettrone deformabile doveva essere respinta poiché essa:

implica che si dovrebbe svolgere, a causa della deformazione, un lavoro meccanico, e che si dovrebbe quindi tener conto, oltre che dell'energia elettromagnetica, di un'energia interna dell'elettrone. In questo caso diventerebbe impossibile un'interpretazione elettromagnetica della teoria dei raggi catodici o di Becquerel, che sono fenomeni puramente elettrici, e bisognerebbe rinunciare fin dall'inizio a fondare la meccanica sull'elettromagnetismo.

L'ipotesi di indeformabilità veniva dunque a trovarsi in contrasto con altre elaborazioni teoriche ed in particolare con quella di Lorentz. Essa permetteva però, come già detto, di ricavare dei risultati in accordo con le esperienze di Kaufmann ed in particolare che la massa dipende dalla velocità. Tra l'altro, con l'introduzione della quantità di moto elettromagnetica, Abraham riuscì a superare le obiezioni che Poincaré fece a Lorentz e relative al non accordo della teoria degli elettroni con la conservazione della quantità di moto. Con la quantità di moto elettromagnetica si può infatti rendere conto di quella *pressione di radiazione* che in quegli anni veniva, per la prima volta, misurata (P. Lebedev, 1901; E. Nichols - G. Hull, 1903): quando un elettrone in moto accelerato emette onde elettromagnetiche, la quantità di moto che perde è uguale alla quantità di moto elettromagnetica della radiazione. Dalla quantità di moto elettromagnetica è poi relativamente semplice ricavarsi la massa elettromagnetica, cosa che Abraham fece, calcolando

per la prima volta (1903) le **masse longitudinale e trasversale** (si arriva a questo, a dover introdurre masse diverse per lo stesso oggetto a seconda delle circostanze) di un elettrone in moto. I valori di queste masse risultarono diversi da quelli che l'anno successivo (1904) fornì Lorentz e la cosa sembrava una seria obiezione alla teoria di quest'ultimo, in quanto i risultati sperimentali di Kaufmann davano ragione ad Abraham.

Solo più tardi (1908) nuove esperienze, effettuate con maggiore cura sperimentale dal fisico tedesco A.H. Bucherer (1863-1927) e successivamente da altri, mostrarono che effettivamente le relazioni trovate da Lorentz erano quelle corrette.

Nel 1903, comunque, la teoria di Abraham aveva il conforto sperimentale ma al suo interno poneva dei problemi che lo stesso Abraham fa risaltare.

Egli scrive che le equazioni del moto che ha trovato

corrispondono esattamente alle equazioni differenziali che si ottengono per il moto di un corpo solido in un fluido perfetto. Tuttavia, mentre per il problema meccanico, le componenti dell'impulso e del momento dell'impulso sono funzioni lineari della velocità attuale di traslazione e di rotazione, ... nel problema elettrodinamico l'impulso ed il momento dell'impulso non dipendono solo dal moto attuale dell'elettrone ma anche dalla sua storia precedente ...

Questa circostanza crea una grande complicazione nel nostro problema, che non sembra rendere possibile una soluzione completa della dinamica dell'elettrone.

Altre difficoltà sorsero poi quando si vollero estendere i risultati di Abraham agli altri costituenti la materia che non fossero gli elettroni, alle forze molecolari ed a quelle gravitazionali. Sembra ritrovarsi qui la situazione creatasi con l'opera di Copernico, cambiare i ruoli di Terra (meccanica) e Sole (elettromagnetismo) senza preoccuparsi di tutti i problemi fisici che la nuova struttura avrebbe comportato.

Ricapitolando brevemente, si può dire che a cavallo dei due secoli esistevano grosse differenze di opinione, contrasti anche molto duri, sui fondamenti ed i metodi (ed anche oltre) dell'intera scienza fisica. C'è chi ama parlare di '*crisi*', chi di '*continuità*'; personalmente ritengo che certamente una quantità di problemi nascevano dall'esigenza di

sistematizzare l'enorme messe dei dati sperimentali che si veniva producendo nei più svariati campi della fisica, sotto le pressioni delle esigenze tecnologiche della seconda rivoluzione industriale. Ed una qualche crisi doveva ben esserci se solo si pensa, in termini di storia interna, che una quantità di risultati non rientrava in una spiegazione razionale, determinata e conseguente con la fisica che fino ad allora si era costruita. L'eventuale crisi quindi nasceva dal venir meno dell'ideale di scienza unificata, di possibilità di interpretazione della realtà naturale a partire da un unico principio unificante, fosse esso quello meccanico, quello termodinamico, quello elettromagnetico.

Semplificando molto si può dire che almeno quattro correnti di pensiero si contendevano il primato nell'ambito della fisica:

- quelli che ritenevano di dover procedere con gli strumenti ed i metodi fino ad allora seguiti;
- quelli che sentivano l'indispensabilità di una rifondazione della meccanica;
- quelli che ritenevano di poter basare l'intera fisica sulla termodinamica;
- quelli che ritenevano di poter basare l'intera fisica sull'elettrodinamica.

E neanche a pensare che non ci fosse sovrapposizione; molto spesso i sostenitori di una posizione confluivano in un'altra, purché, ad esempio, l'ideale comune antimeccanicistico (che sempre più diventava antimaterialistico) fosse realizzato. .Oppure quando si pensava che una data posizione non escludesse l'altra, o quando si tentava di mediare per garantire la continuità. In ogni caso, vi erano ancora quelli che credevano alla '*curiosità scientifica*', dei sopravvissuti '*filosofi naturali*', dei quali si perderà ogni traccia nel nostro secolo.

Un'altra corrente di pensiero, in aggiunta a quelle schematicamente ricordate, vincerà sul piano scientifico ma non su quello *filosofico*, interpretativo e politico generale: si tratta, dei Planck e degli Einstein.

LA SISTEMAZIONE DEL CONCETTO DI MASSA: EINSTEIN

(La trattazione analitica di questa parte si trova [qui](#), [qui](#) e [qui](#))

Einstein (maggio 1905) capisce che non è più il caso di girare intorno alla meccanica con spiegazioni *ad hoc*. Capisce che la meccanica non è la regina delle scienze e che non è indispensabile interpretare ogni fenomeno con essa. Einstein con il coraggio tipico di un giovane e di un outsider riesce a partire ridiscutendo ogni concetto base della meccanica medesima. E non si tratta solo della massa e della forza che fino ad ora abbiamo incontrato nelle critiche dei massimi pensatori del Settecento e dell'Ottocento. Einstein parte dalla critica dell'ABC di ogni operazione, del buon senso alla base, anche se non detta, di ogni operazione in fisica: della *simultaneità*. Quindi del *tempo* e dello *spazio*. Solo successivamente, e come conseguenza di quanto fatto prima, da ciò che è stato discusso precedentemente e radicalmente, viene come conseguenza una definizione di massa che è davvero sconvolgente: essa perde la localizzazione, l'invariabilità, l'irriducibilità ad altre grandezze.

Einstein dette una giustificazione intuitiva della variabilità della massa con la velocità, partendo dal postulato che la massima velocità ottenibile in natura è la velocità della luce nel vuoto (che si indica con c). Ammesso il postulato, ne risulta che se un corpo ha la velocità c , nessuna forza applicata al corpo può aumentarla, cioè la massa del corpo è diventata infinita. Il caso limite fa intuire che la resistenza opposta da un corpo alla variazione di velocità, cioè la massa del corpo, aumenta con l'aumentare della velocità. La relazione relativistica è:

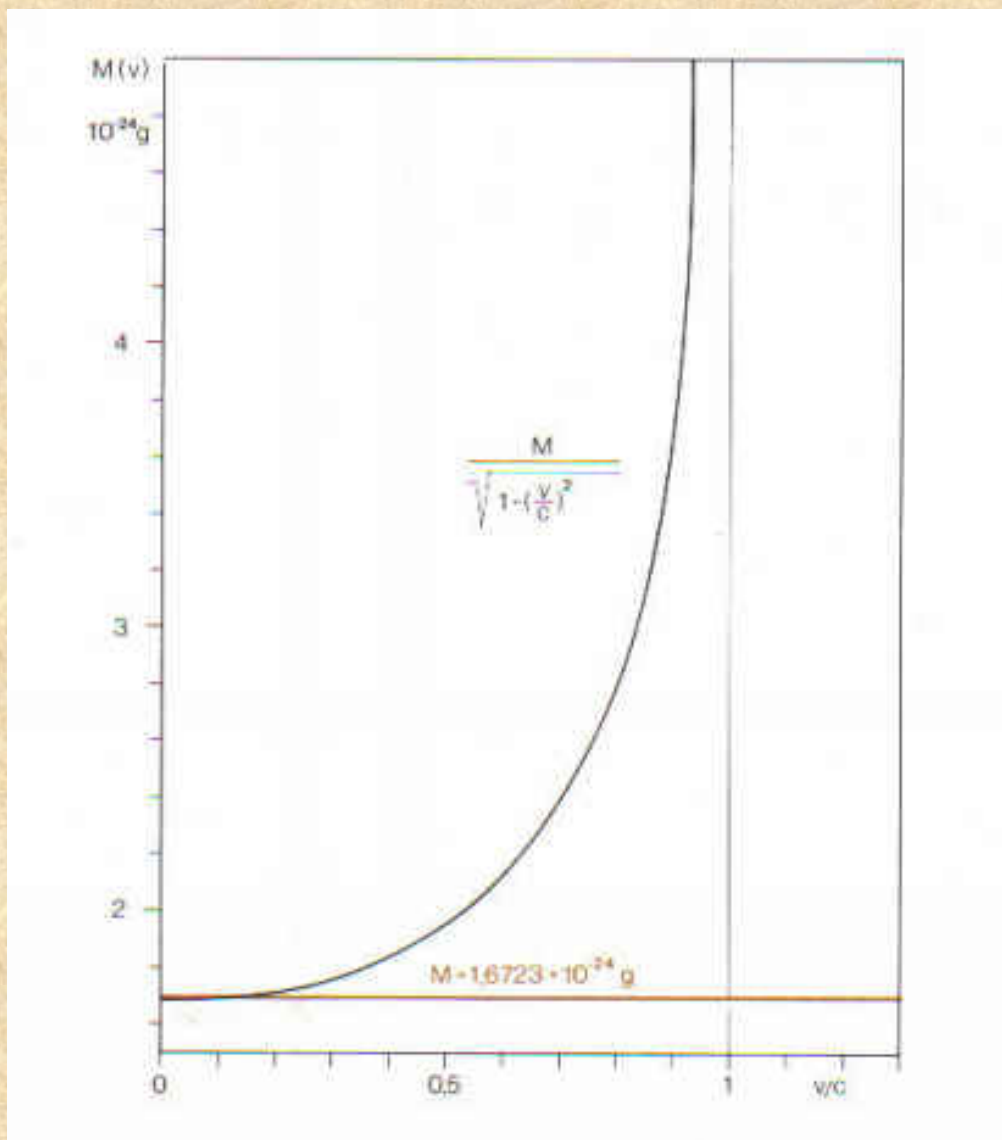
$$(36) \quad m = \frac{m_0}{\beta}$$

con il coefficiente β che vale:

$$(37) \quad \beta = \sqrt{1 - \frac{v^2}{c^2}}$$

E la (36) dice che la massa di un dato oggetto non è una grandezza costante ma una variabile. Essa vale m_0 (massa a riposo, la massa della meccanica classica) che deve essere divisa per il coefficiente β . Quindi la variabilità di m è tutta dentro il coefficiente β che ha in sé: il numero 1, la velocità della luce c che nel vuoto è una costante, la velocità v dell'oggetto. In definitiva la massa di un oggetto varia con la sua velocità ! Non è incredibile ? La cosa è mostrata nella figura seguente. Si può vedere che fino al 20% della velocità della luce (circa 60 mila

Km/sec) la massa rimane praticamente la stessa; essa raddoppia solo a metà della velocità della luce (150 mila Km/sec); solo per velocità che riguardano l'astrofisica e la fisica nucleare accadono delle cose molto importanti. Ma l'importante è saperlo, come oggi lo sappiamo.



Qualche mese dopo (novembre 1905), Einstein tornò sull'argomento massa e trovò che elaborando le cose trovate a maggio si trovava un risultato clamoroso:

$$(37) \quad E = mc^2$$

oppure, ricordando la (36):

$$(38) \quad E = \frac{m_0 c^2}{\beta}$$

e ciò vuol dire che l'energia totale di un sistema è proporzionale alla sua massa o, che è lo stesso, massa ed energia sono, a meno di una costante la stessa cosa. O, ancora, la massa è energia estremamente concentrata. In proposito prendiamo brevemente in considerazione la (37). La prima semplice osservazione riguarda il fatto che c^2 è una costante. Può sembrare banale ma qualcuno potrebbe osservare: l'energia totale E in dinamica classica è data dalla somma dell'energia potenziale e dell'energia cinetica; l'energia cinetica ha come sua espressione $\frac{1}{2}mv^2$ mentre l'energia potenziale (gravitazionale) è data da mgh ; con facili conti si può ricavare che mgh può essere scritta come $\frac{1}{2}mv^2$ (basta ricordare che, nel nostro caso, risulta $g = v^2/2h$); così l'energia totale E risulta uguale a due volte $\frac{1}{2}mv^2$ e cioè $E = mv^2$; qual è allora la grande novità di $E = mc^2$?

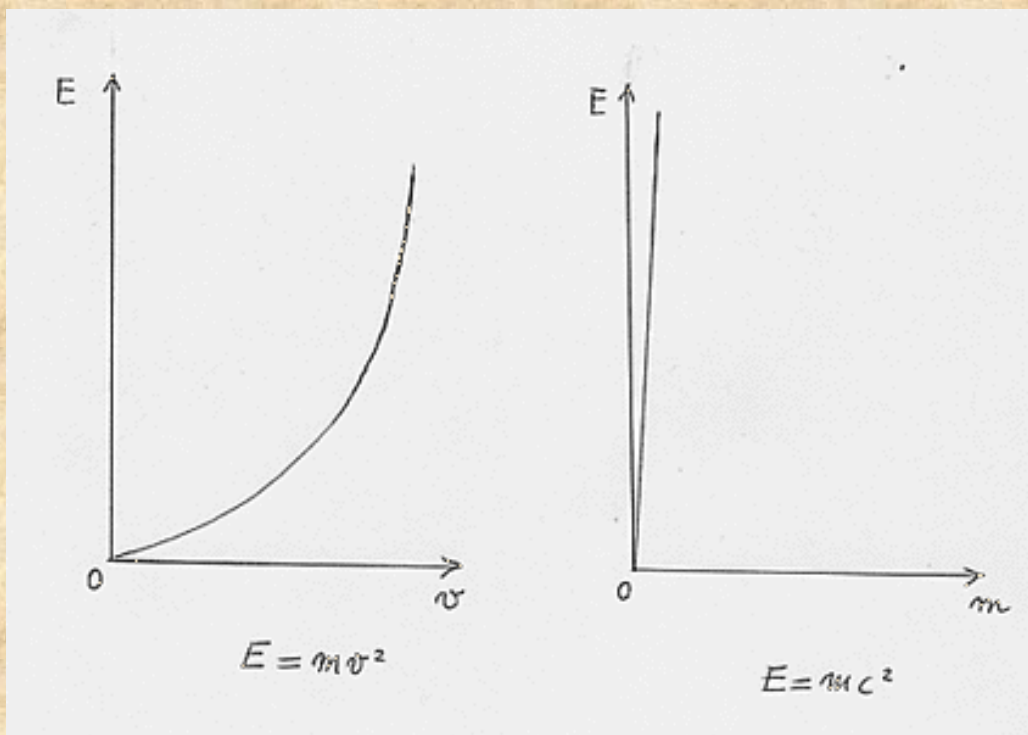
Nella relazione classica la massa è rigorosamente costante, per cui si ha:

$$E = k.v^2$$

nella relazione relativistica c è rigorosamente costante, per cui risulta:

$$E = k.m$$

Nel primo caso l'energia risulta proporzionale al quadrato della velocità, nel secondo l'energia risulta proporzionale alla massa e la costante $k = c^2$ non è altro che un fattore di ragguaglio tra le unità di misura di massa e quelle di energia.



Ciò vuol dire che l'energia e la massa relativistiche possono essere date con le stesse unità di misura potendosi parlare indifferentemente di grammi di energia o di joule di massa (un'energia pari a $9 \cdot 10^{13}$ joule = $25 \cdot 10^6$ Kwh ha la massa di un grammo: si può allora dire: o la massa di $9 \cdot 10^{13}$ joule oppure l'energia della massa di un grammo).

Quanto detto ci può far intendere che parlare di conservazione dell'energia in relatività è la stessa cosa che parlare di conservazione della massa; e ciò può anche enunciarsi come conservazione della massa-energia.

Se poi riconsideriamo per un attimo la relazione (38), con il β dato dalla (37), possiamo capire il significato dell'espressione *inerzia dell'energia*. Se, infatti, nella suddetta relazione si considerano velocità v sempre più vicine a c , il denominatore si avvicina sempre più a zero; a ciò corrisponde l'avvicinarsi ad un valore infinito del secondo membro e cioè il fatto che l'energia cinetica tende all'infinito. Ciò vuol dire che occorre un lavoro infinito per portare una data massa a velocità come quelle della luce e quindi che, al crescere della velocità, la massa in oggetto e quindi, per quanto già sappiamo, l'energia che ad essa compete tende ad aumentare al crescere della sua velocità, corrispondendo ciò ad un aumento dell'inerzia; quest'ultimo fatto ci permette di dire che l'energia presenta una inerzia poiché ad un aumento dell'energia corrisponde un aumento della massa o, che è lo stesso, all'energia corrisponde una massa inerte che offre resistenza ad una variazione di velocità.

RELATIVITA' GENERALE

Quando ho accennato ai lavori di Hertz, avevo detto che le "forze" agivano per Hertz, *secondo la linea più breve*. Vi è qui un'adesione naturale ad una geometria secolare, a quella di Euclide (ed un riconoscimento indubbio alla definizione newtoniana di Tempo). Era un tentativo, quello di Hertz, di sbarazzarsi di una delle forze fondamentali, quella gravitazionale. Einstein interpretò la cosa utilizzando una delle [geometrie non euclidee](#), quella ellittica di Riemann, del continuo spazio-temporale di Minkowski, e del calcolo differenziale assoluto di Ricci Curbastro e Levi-Civita, affermando che il moto gravitazionale è un moto inerziale che segue le geodetiche. In tale geometria la linea più breve tra due punti non è più la linea retta ma la geodetica.

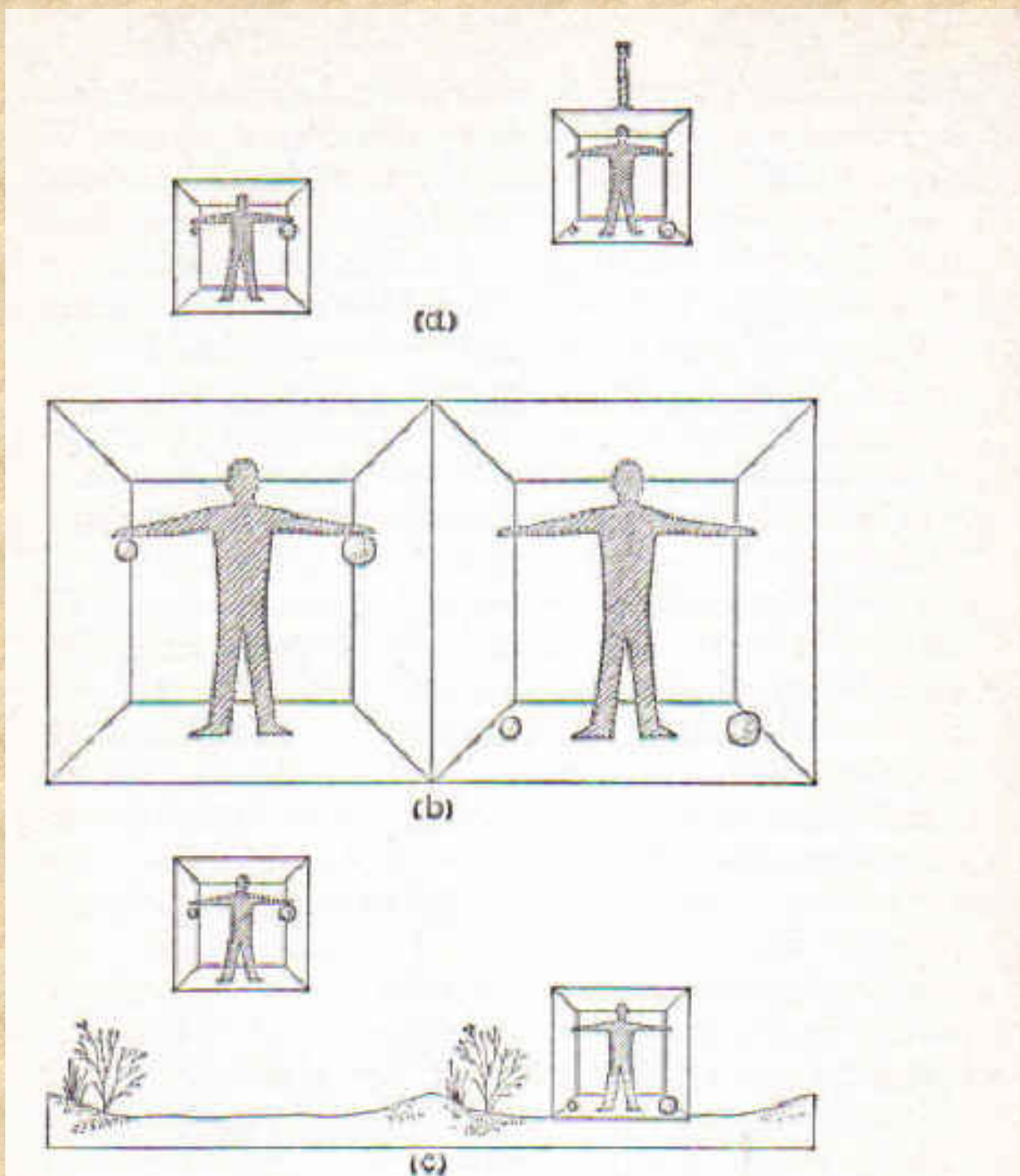
Einstein aveva presente la domanda di Mach sullo strano ruolo di privilegio dei sistemi inerziali rispetto a tutti gli altri sistemi di riferimento ed era stato colpito dall'identità tra massa inerziale e massa gravitazionale. Lo stesso Einstein racconta:

Allora [1908] mi venne in mente che l'uguaglianza fra massa inerte e massa pesante, cioè l'indipendenza della accelerazione gravitazionale da ciò che cade, può essere espressa come segue: in un campo gravitazionale — supposto costante — tutto accade come in uno spazio libero da gravitazione, purché vi si introduca, al posto di un sistema inerziale, un sistema in riferimento accelerato rispetto al sistema inerziale [gli osservatori, cioè, riferiscono le loro osservazioni ad un sistema di coordinate solidale con l'ascensore] ... Sarà lecito considerare allora questo sistema di riferimento come un sistema inerziale, così come era lecito considerare inerziale il sistema primitivo.

Questa idea suggerì ad Einstein il **principio di equivalenza fra campo gravitazionale e sistema di riferimento in moto uniformemente accelerato**. Il campo di forza è esattamente della stessa natura tanto se generato da un'accelerazione, quanto se prodotto da una gravitazione. Ciò vuol dire che l'uguaglianza dei due tipi di massa non è un miracolo: non vi sono due tipi di massa che reagiscono a due tipi di forza (la gravità e la forza generica) ma una fisica che non è stata in grado di cogliere l'identità e si è servita di due nomi diversi.

Sciama descrive le cose nel modo seguente.

Einstein illustrava questo stato di cose nel modo seguente: consideriamo un uomo chiuso in una cabina d'ascensore posta in qualche punto dello spazio molto lontano da forze gravitazionali, e supponiamo che la cabina venga improvvisamente sollevata da una corda, in modo che presenti un'accelerazione rispetto a un sistema inerziale (fig. a). L'uomo dentro la cabina può scegliere di considerare se stesso in quiete nel corso dell'esperimento, ma allora la cabina diventa un sistema di riferimento non inerziale, e di conseguenza agirà su di essa una forza inerziale (fig. b). L'esistenza di una forza del genere risulterà ovvia



(a) Un uomo in una cabina nello spazio cosmico. La cabina viene improvvisamente sollevata da una corda. L'uomo

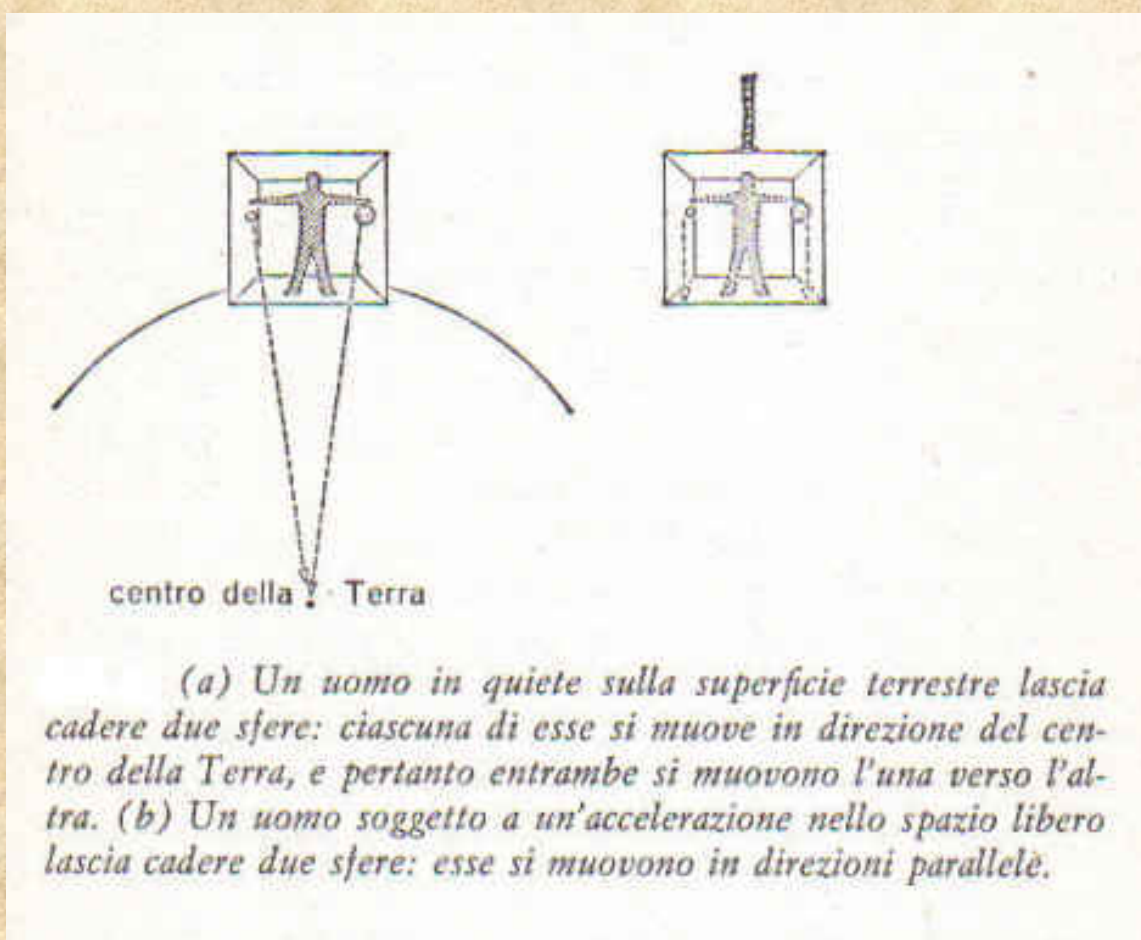
bina viene improvvisamente sollevata da una corda. L'uomo balza in su con la cabina, ma le sfere che erano vicino alle sue mani restano dov'erano. (b) Stessa situazione vista dall'uomo nella cabina: egli sente una forza inerziale che agisce verso il basso; questa forza agisce anche sulle sfere inducendo in esse, che pure hanno masse diverse, la medesima accelerazione. Tale accelerazione è uguale e opposta all'accelerazione dell'uomo nel caso (a). (c) Una situazione diversa, che però all'uomo sembra identica alla precedente: l'uomo cade verso un corpo gravitante, e poi si ritrova fermo alla sua superficie, mentre le sfere continuano a cadere con la stessa accelerazione.

all'uomo nella cabina: se egli lascia andare un oggetto, questo si allontana da lui con moto accelerato. Il punto importante è che l'accelerazione risulterà identica per qualsiasi oggetto che egli lascerà andare, poiché è esattamente uguale ed opposta all'accelerazione dell'uomo rispetto a un sistema inerziale. Ma proprio lo stesso succedrebbe se, anziché essere tirata da una corda, la cabina fosse soggetta all'azione di una forza gravitazionale (fig. c). Ciò significa che l'uomo non sarà in grado di dire quale delle due eventualità è quella giusta. Finora questa conclusione si è basata interamente sulla somiglianza di risposta a una forza gravitazionale osservabile in corpi dotati di massa: ma è chiaro che potrebbe esserci qualche altro criterio capace di distinguere una forza inerziale da una gravitazionale; per esempio, nel comportamento della luce, o in qualche finissimo fenomeno atomico a livello microscopico. Einstein, elevando a principio l'esperienza di Galileo (il famoso principio di equivalenza che ho illustrato parlando di Galileo), stabilì che non c'è alcun criterio, di nessun genere, per mezzo del quale si possa distinguere una forza inerziale da una gravitazionale.

Per completezza ricordo che l'equivalenza tra i due tipi di massa fu verificata da Eötvöss nel 1922 con la precisione di 2 su 10^9 . Nel 1923 lo fece Potter con una precisione di 1 su 10^5 . Nel 1935 la verifica fu fatta da Renner con una precisione di 1 su 10^9 . Nei primi anni '60 Deke ha raggiunto una precisione di 1 su 10^{11} .

È importante notare, che esiste un modo per distinguere tra forza gravitazionale e forza inerziale. Si trova illustrato nella figura seguente. Quando la cabina è in

quiete sulla superficie terrestre, i corpi rilasciati



dall'uomo che sta dentro si muovono ciascuno in direzione del centro della Terra, e perciò l'uno verso l'altro, mentre se la cabina si trova nello spazio cosmico e viene tirata da una corda, i corpi rilasciati mantengono la stessa distanza fra loro.

CONCLUSIONE

-

In questa ricostruzione, in gran parte sommaria e manchevole, ho tentato di seguire la traccia principale dello sviluppo dei concetti di massa e peso che, via via, abbiamo visto intersecarsi con forza e financo con spazio, tempo ed energia. Riprova del fatto che cercare una linearità di sviluppo della scienza per accumulo successivo di conoscenze è illusorio se non del tutto sbagliato. In realtà il voler seguire un concetto, un solo capitolo, è una semplificazione utile a noi ma assolutamente non rispondente alla storia del pensiero che è storia di tutto. Riguardo a ciò che ho presentato, fino ad un certo punto è agevole per tutti (più o meno) seguire. Da un certo punto in poi le cose si fanno

più evanescenti, più complesse, si iniziano a saltare dei pezzi della storia e quindi si ha maggiore difficoltà a seguire o non si segue più. E' un peccato perché la profondità del problema può solo richiedere un'applicazione costante che vuol dire fatica.

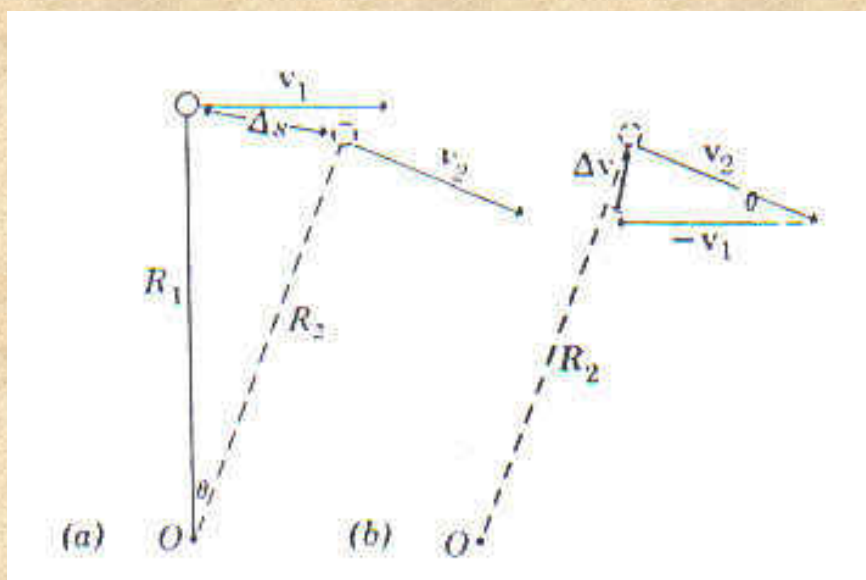
Mi sono fermato ad Einstein che ebbe il grande coraggio di mettere sul banco degli imputati chi doveva essere al disopra di ogni sospetto: la Meccanica. Ma le cose non finiscono qui. Vi sarebbe molto altro da dire (fisica quantistica, teoria dei campi, astrofisica, ...) ma la complessità richiesta esula dagli scopi di questo lavoro.

Mi auguro solo che queste pagine sollecitino interessi e che qualcuno capisca quanto affascinante sia lo studio di tali problemi e come vi sia dentro tutta la storia del pensiero umano.

Roberto Renzetti

NOTE

(1) Calcoliamoci l'espressione dell'accelerazione centripeta in un moto circolare, riferendoci alla figura seguente:



Abbiamo a che fare con un oggetto che si muove uniformemente lungo una traiettoria circolare; la figura (a) mostra due successive posizioni di tale oggetto lungo la sua traiettoria; supponiamo che il tratto Δs tra le due successive posizioni sia percorso nel tempo Δt , tempo nel quale la velocità è passata dal valore v_1 al valore v_2 . Per calcolare l'accelerazione [questo è un moto a velocità costante ma quando si dice questo ci si

riferisce alla velocità angolare - l'angolo percorso nell'unità di tempo - vi è invece la velocità periferica che cambia istante per istante - si tratta solo di cambiamenti di direzione e verso] che sarà diretta verso il centro (accelerazione centripeta) occorre calcolarsi la variazione della velocità vettoriale Δv , nel tempo Δt , cioè: $\Delta v/\Delta t$. La quantità Δv è data da $\Delta v = v_2 - v_1$. Per ricavare questa quantità ci si deve riferire alla figura (b):

$$\Delta v = v_2 + (-v_1) = v_2 - v_1$$

Si osservi ora che il triangolo di figura (b) con lati Δv , v_1 , v_2 è simile al triangolo di figura (a) con lati corrispondenti Δs , R_1 , R_2 . I triangoli risultano simili perché sono ambedue isosceli ed hanno i lati v_1 e v_2 , rispettivamente perpendicolari a R_1 ed R_2 ; dunque gli angoli θ compresi sono uguali. Ricordando che lati corrispondenti di triangoli simili sono tra di loro in proporzione, risulta:

$$\frac{\Delta v}{\Delta s} = \frac{v}{R} \Rightarrow$$

$$\Delta v = \frac{v}{R} \cdot \Delta s$$

Dividendo ambo i membri per Δt si ottiene:

$$\frac{\Delta v}{\Delta t} = \frac{v}{R} \cdot \left(\frac{\Delta s}{\Delta t} \right) = \frac{v}{R} \cdot (v)$$

avendo tenuto conto che $\Delta s/\Delta t = v$. Non resta ora che trarre le conclusioni, osservando che $\Delta v/\Delta t = a$:

$$a = \frac{v^2}{R}$$

che è l'espressione della accelerazione centripeta in un moto circolare. Occorre dire che questa accelerazione è responsabile, istante per istante, di cambiamenti di direzione e verso e non del modulo della velocità.

Una osservazione sulla figura va fatta. Le due posizioni dell'oggetto in rotazione sono prese distanti per rendere la cosa visibile nella figura stessa. Per vedere bene che la direzione dell'accelerazione è verso il

centro, sarebbe stato necessario prendere due posizioni vicinissime tra loro. In tal caso si sarebbe visto che tale direzione, coincidente con quella di Δv di figura (b), si sarebbe sovrapposta a quella del raggio R_2 (si tenga conto che R_1 ed R_2 sono chiamati così per dar conto delle due posizioni di cui si parla; in realtà è la stessa lunghezza e vale R)

BIBLIOGRAFIA

- 1 - Max Jammer - *Storia del concetto di massa* - Feltrinelli 1974
- 2 - Marshall Clagett - *La scienza della meccanica nel medioevo* - Feltrinelli 1972
- 3 - Max Jammer - *Storia del concetto di Forza* - Feltrinelli 1971
- 4 - E. J. Dijksterhuis - *Il meccanicismo e l'immagine del mondo* - Feltrinelli 1971
- 5 - I. B. Cohen - *La rivoluzione newtoniana* - Feltrinelli 1982
- 6 - Max Jammer - *Storia del concetto di spazio* - Feltrinelli 1963
- 7 - Aristotele - *Metafisica* - Laterza 1975
- 8 - Aristotele - *Fisica. Del cielo* - Laterza 1973
- 9 - Aristotele - *Generazione e corruzione* - Boringhieri 1963
- 10 - Platone - *Dialoghi: Timeo, Crizia, Minosse* - Laterza 1928
- 11 - Lucio Russo - *La rivoluzione dimenticata* - Feltrinelli 2001
- 12 - Tommaso d'Aquino - *Suma Teologica (selección)* - Espasa Calpe, Madrid 1981
- 13 - Descartes - *Il mondo L'Uomo* - Laterza 1969
- 14 - Descartes - *I principi della filosofia* - Bollati Boringhieri 1992

- 15 - G. B. Baliani - *De motu naturali gravium solidorum et liquidorum* - Giunti 1998.
- 16 - C. Costantini - *Baliani e i Gesuiti* - Giunti, Barbèra 1969
- 17 - Umberto Forti - *Storia della Scienza* - Dall'Oglio 1968
- 18 - Juan Vailati - *Contribución a la historia de la mecánica* - Espasa Calpe, Buenos Aires 1947
- 19 - Paolo Rossi - *La nascita della scienza moderna in Europa* - Laterza 1997
- 20 - G. Galilei - *Opere* - Edizione Nazionale; Giunti, Barbèra 1968
- 21 - Discepoli di Galileo - *Carteggio* - Giunti, Barbèra 1975
- 22 - E. Torricelli - *Della Percossa* - in *Scienziati del Seicento*, Rizzoli 1969
- 23 - Richard S. Westfall - *La rivoluzione scientifica del XVII secolo* - Il Mulino 1984
- 24 - Mario Gliozzi - *Il concetto di massa nella storia e nell'insegnamento* - in *Conferenze di Fisica (Vol. 2)*, Feltrinelli 1967
- 25 - Isaac Newton - *Principi matematici della filosofia naturale* - UTET 1965
- 26 - L. Eisenbud - *On the Classical Laws of Motion* - Am. J. Phys. **26**, 144, 1958
- 27 - C. Truesdell - *Ensayos de Historia de la Mecánica* - Tecnos, Madrid 1975
- 28 - G. Diambri-Palazzi - *Evoluzione delle conoscenze fisiche fondamentali* - Istituto di Fisica, Università di Roma, a.a. 1963-1964
- 29 - Salvo D'Agostino - *Dispense di Storia della Fisica* - Istituto di Fisica, Università di Roma, a.a. 1974-1975
- 30 - Max Born - *La sintesi einsteniana* - Boringhieri 1969
- 31 - Gerald Holton, Stephen G. Brush - *Introduction to Concepts and*

Theories in Physical Science - Addison-Wesley Publishing 1979

32 - PSSC - *Fisica B* - Zanichelli 1976

33 - Jay Orear - *Fisica generale* - Zanichelli 1982

34 - I. Newton - *Optiks* - in *Newton, Huygens*, Encyclopedia Britannica 1952

35 - Mary B. Hesse - *Forze e campi* - Feltrinelli 1974

36 - Nicola Abbagnano (coordinatore) - *Storia delle scienze* - UTET 1965

37 - M. Bunge - *Il tentativo di Mach di ricostruire la meccanica classica* - American Journal of Physics, 34; 1966

38 - R. Dugas - *Histoire de la mécanique* - Dunod 1950

39 - Max Jammer - *Le concept de force* - La Recherche n° 43, mars 1974

40 - Jean Perrin - *Traité de chimie physique. Les principes* - Gauthier-Villars 1903

41 - Heinrich Rudolph Hertz - *I principi della meccanica* - La Goliardica Pavese 1906

42 - Ernst Mach - *La meccanica nel suo sviluppo storico critico* - Boringhieri 1968

43 - Henry Poincaré - *La scienza e l'ipotesi* - La Nuova Italia 1950

44 - Mario Bunge - *Controversias en física* - Tecnos, Madrid 1983

45 - Dennis W. Sciama - *La relatività generale* - Zanichelli 1972

[Torna alla pagina principale](#)

