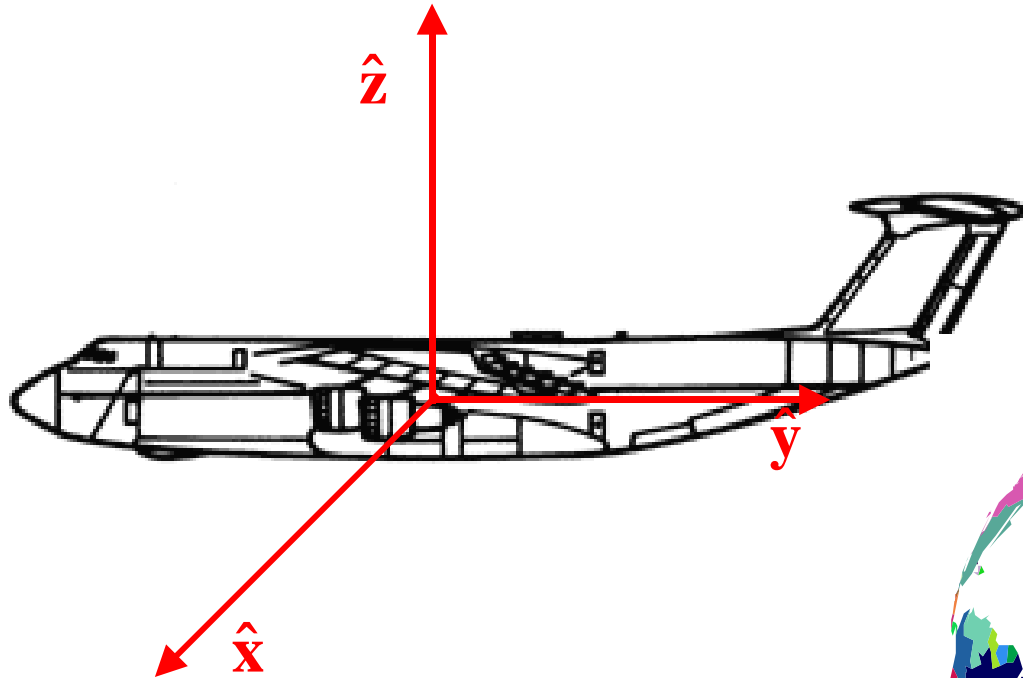
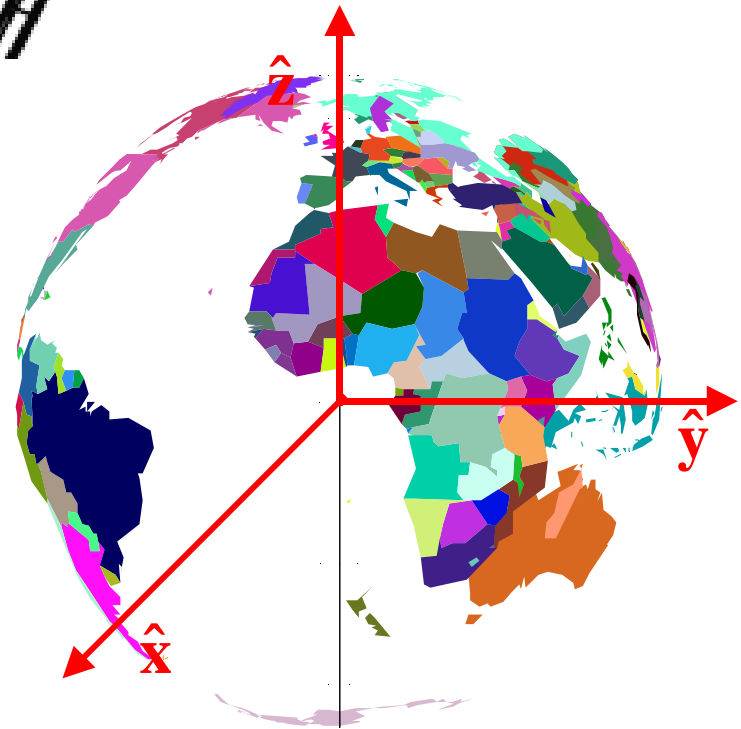


Sistemi di Riferimento

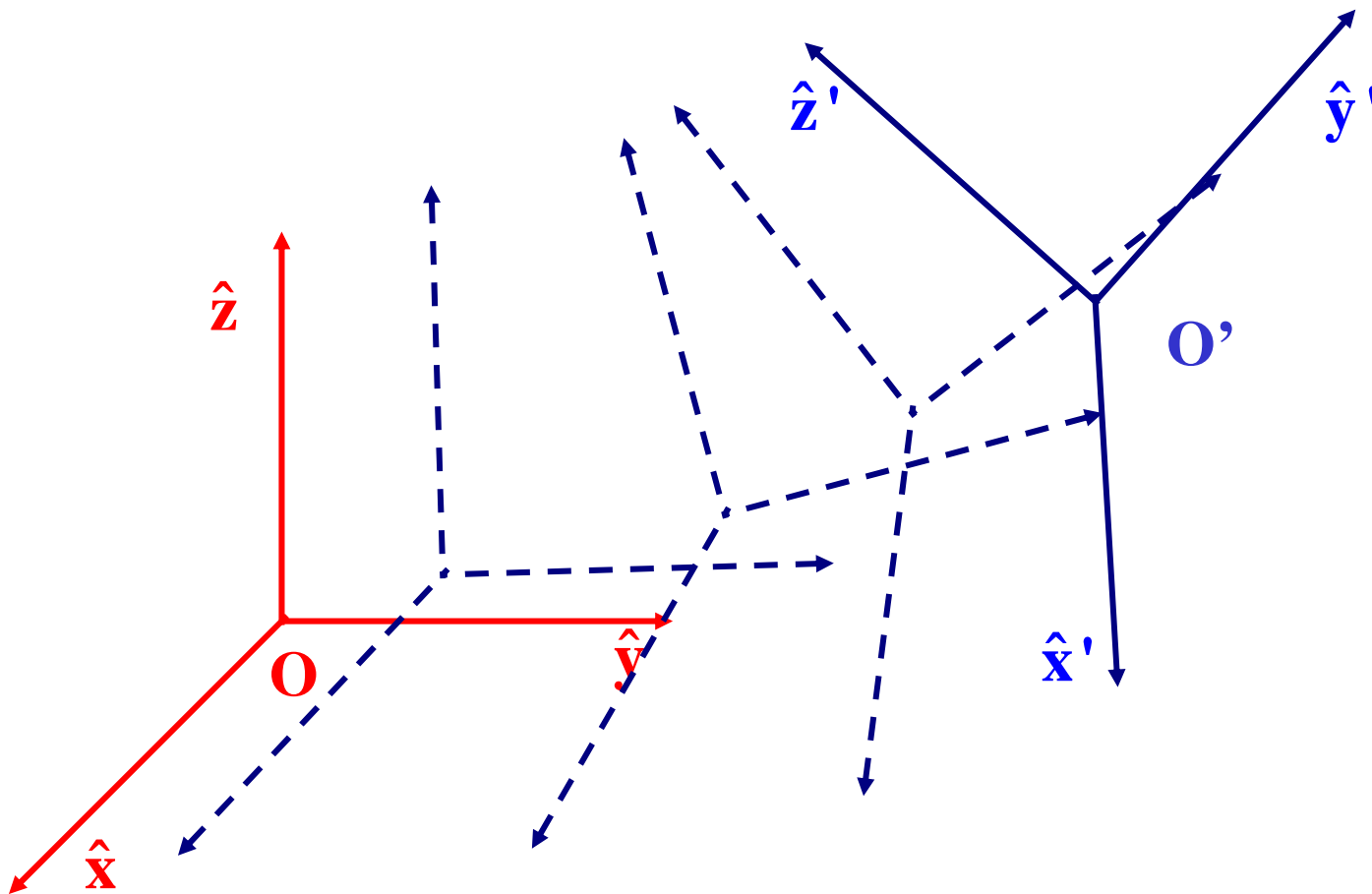


**Insiemi di corpi cui è fissato
un sistema di coordinate**

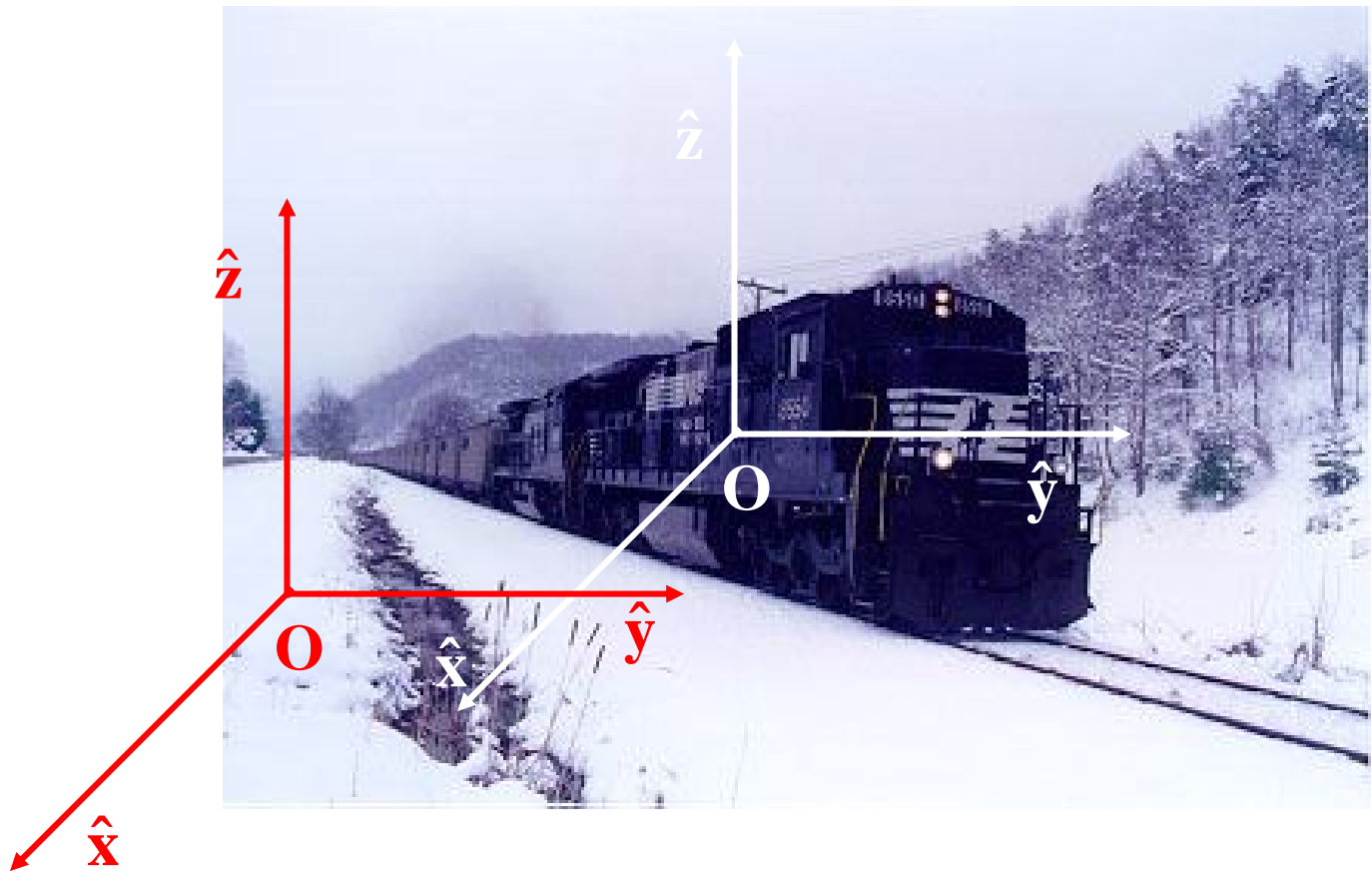


I sistemi di riferimento possono essere in moto relativo:

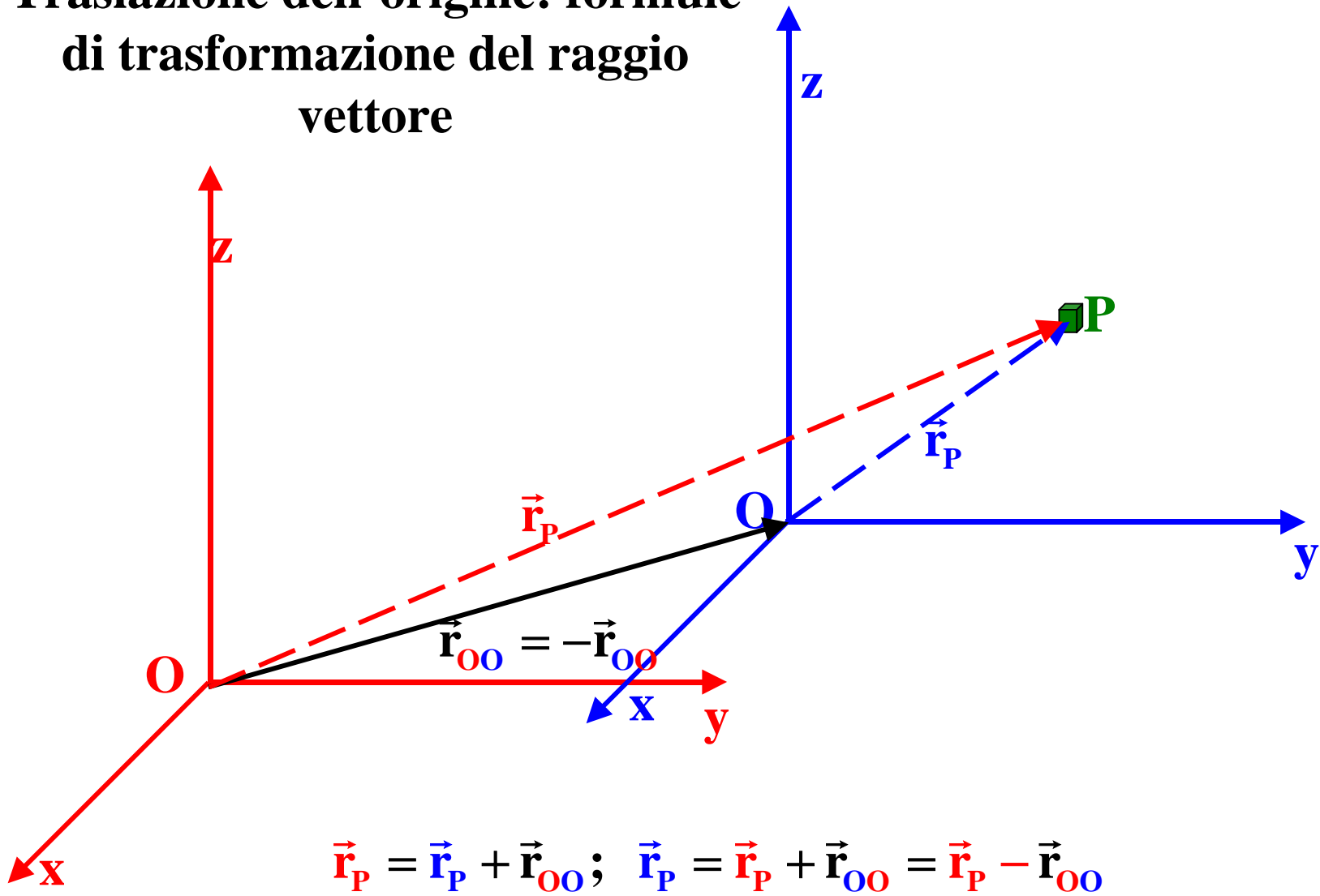
Gli assi possono ruotare L'origine può traslare



Il moto relativo più semplice è il moto di traslazione dell'origine, con gli assi che mantengono orientazioni relative fisse



Traslazione dell'origine: formule di trasformazione del raggio vettore



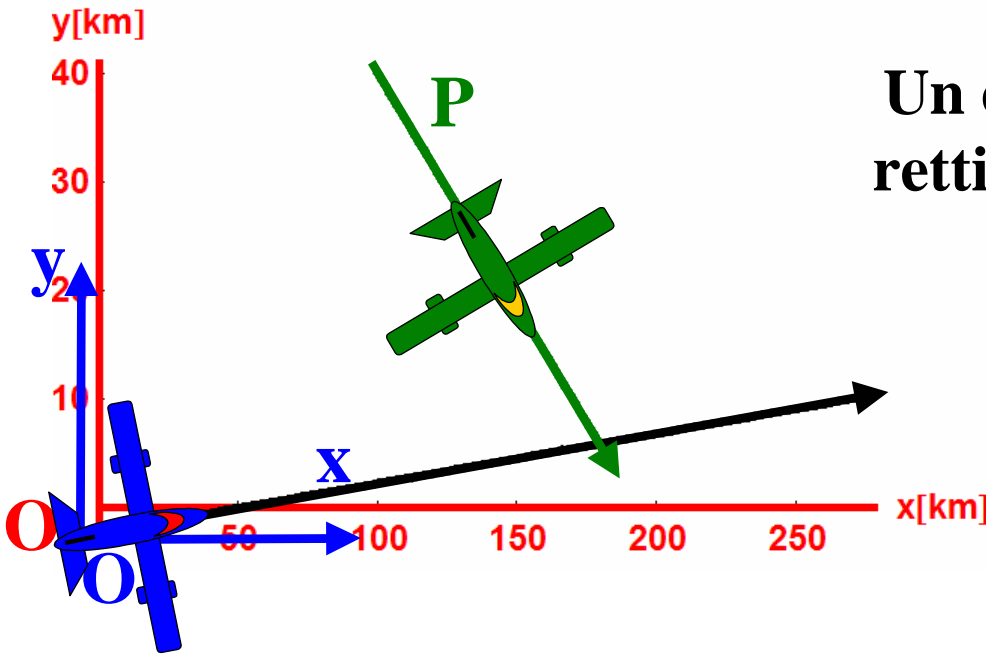
Trasformazione della velocità:

**Le velocità si sommano (si compongono)
vettorialmente**

$$\vec{r}_P(t) = \vec{r}_P(t) + \vec{r}_{OO}(t); \quad \vec{r}_P(t) = \vec{r}_P(t) + \vec{r}_{OO}(t) = \vec{r}_P(t) - \vec{r}_{OO}(t)$$

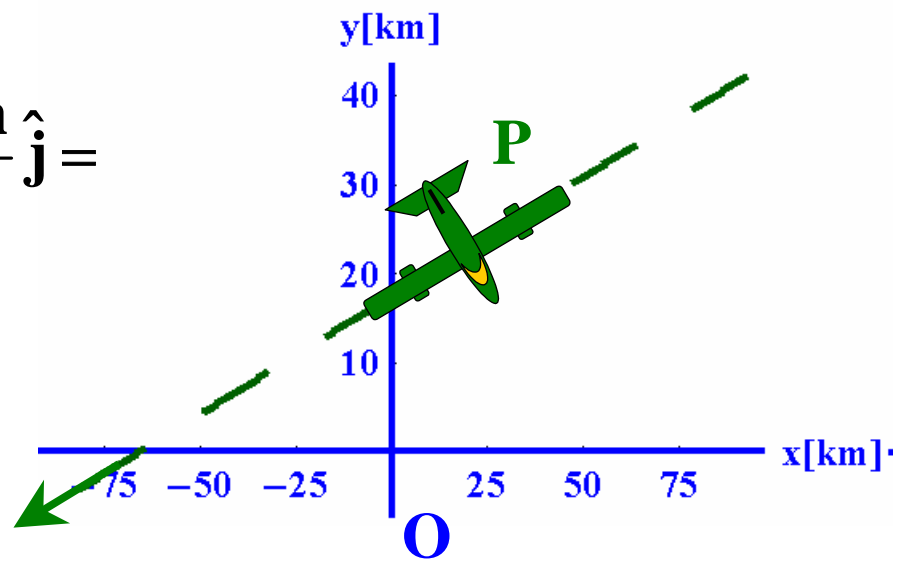
$$\frac{d\vec{r}_P(t)}{dt} = \frac{d\vec{r}_P(t)}{dt} + \frac{d\vec{r}_{OO}(t)}{dt} \quad \rightarrow \quad \begin{aligned} \vec{v}_P(t) &= \vec{v}_P(t) + \vec{v}_O(t) = \vec{v}_P(t) - \vec{v}_O(t) \\ \vec{v}_P(t) &= \vec{v}_P(t) + \vec{v}_O(t) = \vec{v}_P(t) - \vec{v}_O(t) \end{aligned}$$

Un esempio: moto rettilineo uniforme



$$\vec{v}_{OO} = 1540 \frac{\text{km}}{\text{h}} \hat{i} + 70 \frac{\text{km}}{\text{h}} \hat{j};$$
$$\vec{V}_P = 490 \frac{\text{km}}{\text{h}} \hat{i} - 210 \frac{\text{km}}{\text{h}} \hat{j}$$

$$\vec{V}_P = \vec{V}_P - \vec{v}_{OO} =$$
$$= (490 - 1540) \frac{\text{km}}{\text{h}} \hat{i} + (-210 - 70) \frac{\text{km}}{\text{h}} \hat{j} =$$
$$= -1050 \frac{\text{km}}{\text{h}} \hat{i} - 280 \frac{\text{km}}{\text{h}} \hat{j}$$



Moto relativo rettilineo uniforme di due sistemi di riferimento: le trasformazioni di Galileo

$$\vec{r}_{OO}(\mathbf{t}) = \vec{r}_{OO}(\mathbf{0}) + \vec{v}_o \mathbf{t};$$

$$\vec{r}_P(\mathbf{t}) = \vec{r}_P(\mathbf{t}) + \vec{r}_{OO}(\mathbf{0}) + \vec{v}_o \mathbf{t}$$

$$\vec{v}_P(\mathbf{t}) = \vec{v}_P(\mathbf{t}) + \vec{v}_o$$

$$\vec{v}_P(\mathbf{t}) = \vec{v}_P(\mathbf{t}) - \vec{v}_o$$

$$x_P(\mathbf{t}) = x_P(\mathbf{t}) + x_{OO}(\mathbf{0}) + v_{ox} \mathbf{t}$$

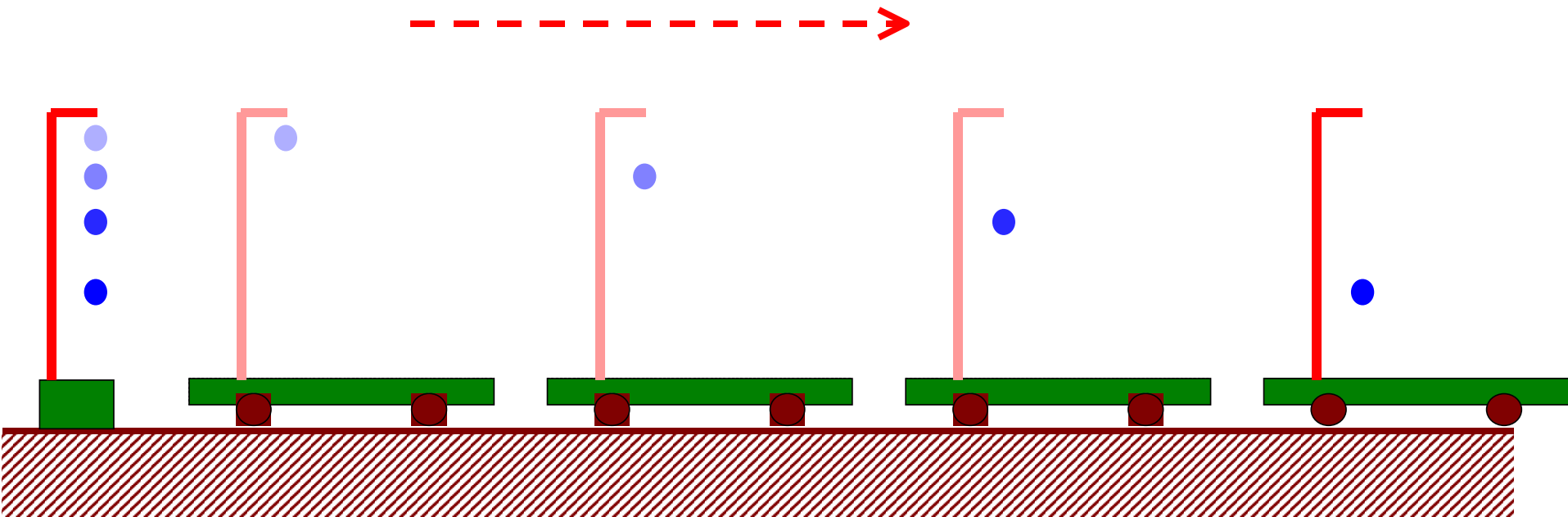
$$y_P(\mathbf{t}) = y_P(\mathbf{t}) + y_{OO}(\mathbf{0}) + v_{oy} \mathbf{t}$$

$$z_P(\mathbf{t}) = z_P(\mathbf{t}) + z_{OO}(\mathbf{0}) + v_{oz} \mathbf{t}$$

Il Principio di Relatività

Se si effettua lo stesso esperimento in due diversi sistemi di riferimento in moto relativo rettilineo uniforme si ottiene lo stesso risultato

N.B. Stesso esperimento significa stesse condizioni iniziali rispetto a ciascun sistema di riferimento





**Quale delle due foto è
presa in volo e quale a
terra?**



Photo by Frank Schaefer

AIRLINERS.NET



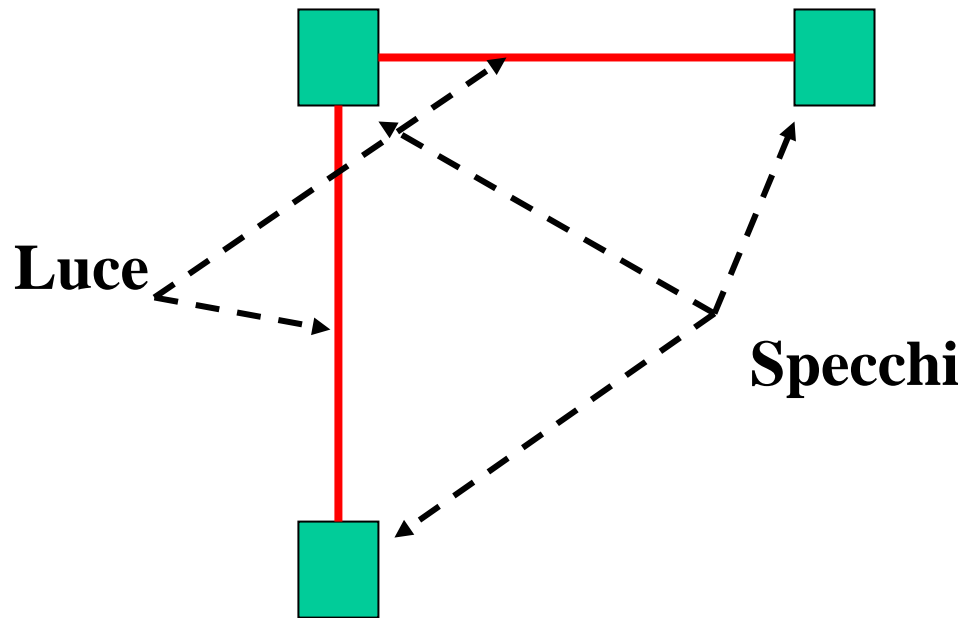
Photo by Craig Murray

AIRLINERS.NET

Altri principi:

Isotropia dell'universo: tutte le direzioni sono equivalenti

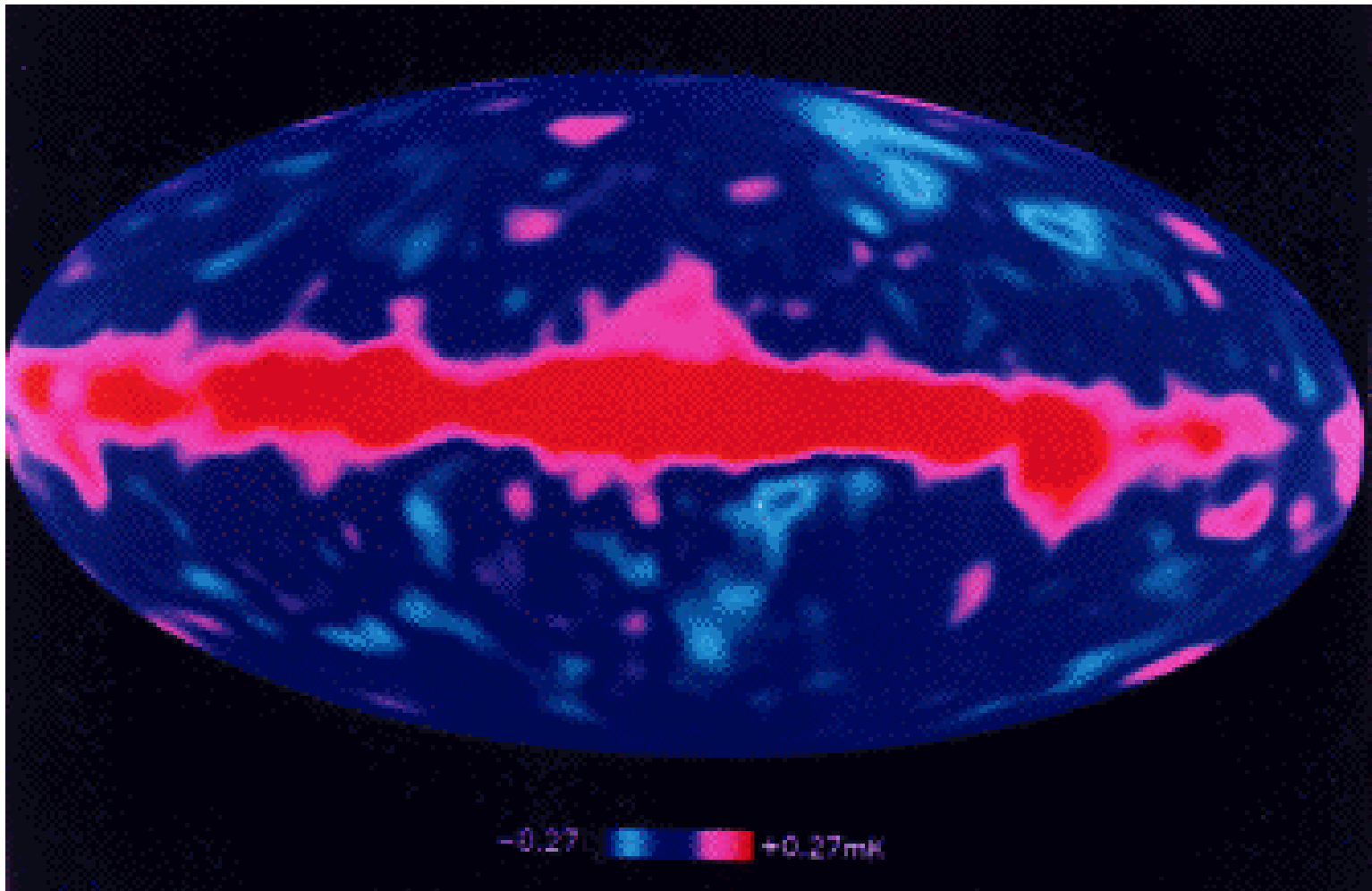
misura della velocità della luce



Moto della Terra



$$\frac{\Delta c}{c} \leq 10^{-15}$$



Le anisotropie locali viste da COBE

Principio di Inerzia

[I legge della Dinamica del Punto]

Si può sempre trovare un sistema di riferimento, detto **sistema inerziale**, rispetto al quale un punto materiale *libero* se posto in quiete vi rimane indefinitamente

Punto materiale libero: punto materiale non soggetto all'influenza di altri corpi

Operativamente: molto lontano da qualunque altro corpo



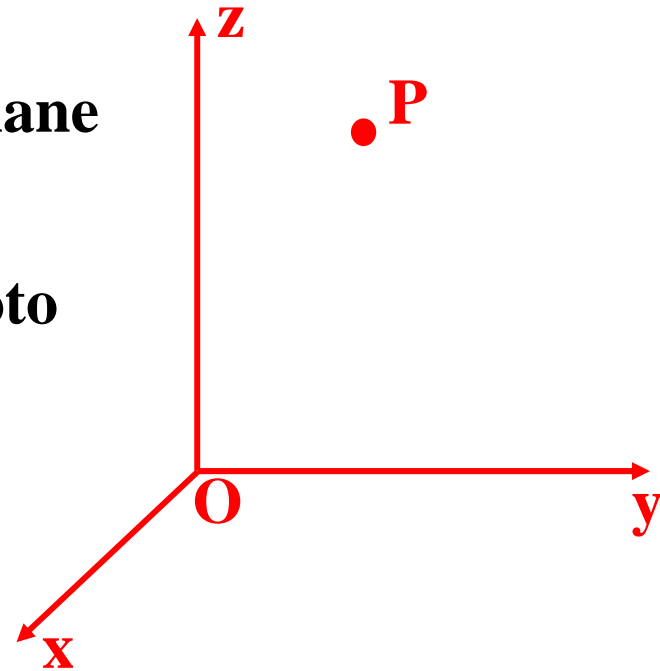
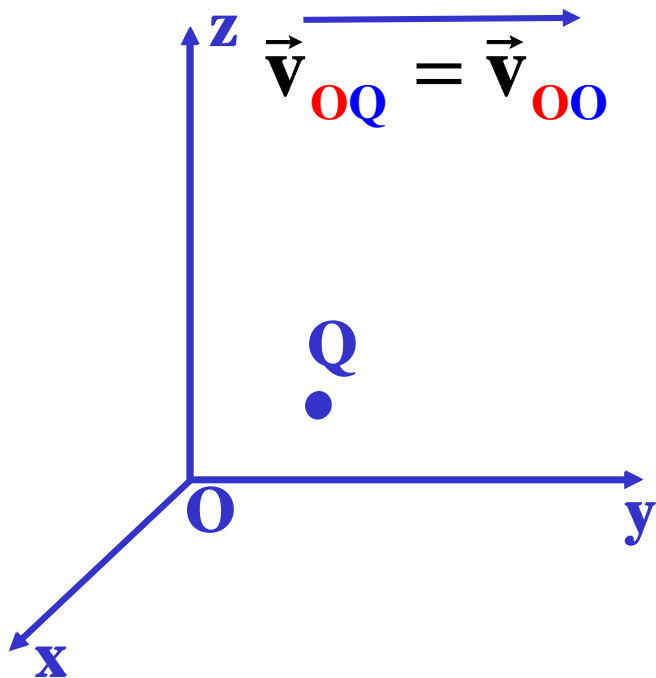
**L'astronauta rimane
fermo dov'è se nessuno lo
spinge**

Principio di Inerzia

+Principio di relatività

Nel sistema blu il punto libero Q rimane in quiete

Nel sistema rosso Q si muove di moto rettilineo uniforme



Se nel sistema di riferimento 1 il punto materiale libero rimane in quiete se posto in quiete, lo stesso deve succedere nel sistema 2 (principio di relatività)

Il punto libero Q che al tempo zero ha velocità v_{00} continua indefinitamente con la stessa velocità

(moto rettilineo uniforme)

Conclusione:

Si può sempre trovare un insieme di (infiniti) sistemi di riferimento (sistemi inerziali**) in moto relativo rettilineo uniforme, in cui un punto materiale libero procede di moto rettilineo uniforme**



The International Celestial Reference System (ICRS)

At its 23rd General Assembly in August 1997, the International Astronomical Union (IAU) decided that, *as from 1 January 1998, the IAU celestial reference system shall be the International Celestial Reference System (ICRS), in replacement of the FK5 (Fricke et al. 1988)*. The consequences of this new situation for accuracy needs more stringent than 0.05" are summarized by Feissel and Mignard (1997).

By *Reference System* it is meant the set of prescriptions and conventions together with the modeling required to define at any time a triad of axes.

The ICRS is accessible by means of coordinates of reference extragalactic radio sources, the *International Celestial Reference Frame (ICRF)*.

The ICRS complies with the conditions specified by the [1991 IAU Recommendations](#). Its *origin* is located at the **barycenter of the solar system through appropriate modelling of VLBI observations in the framework of General Relativity. Its pole is in the direction defined by the conventional IAU models for precession (Lieske et al., 1977) and nutation (Seidelmann, 1982). Its origin of right ascensions was implicitly defined by fixing the right ascension of 3C 273B to the Hazard et al. (1971) FK5 value transferred at J2000.0. See Arias et al. (1995) for more details.**

The *Hipparcos* star positions and proper motions and the *JPL Solar System ephemerides* are expressed in the ICRS. The directions of the ICRS [pole and right ascensions origin](#) are maintained fixed relative to the quasars within +/- 20 microarcseconds. Thanks to the fact that the *Hipparcos* catalogue includes all the FK5 stars, the location of the FK5 pole and right ascensions origin is known with an uncertainty of a few mas (Mignard and Froeschlé 1997). Using a state of the art precession-nutation model, the analysis of long VLBI series of the observed motion of the celestial pole allows to derive the coordinates of the mean pole at J2000.0 in the ICRS: 17.3 +/- 0.2 mas in the direction 12 h and 5.1 +/- 0.2 mas in the direction 18 h. (IERS 1997). Comparing VLBI and LLR earth orientation and terrestrial reference frames, Folkner et al. (1994) estimated the frame tie between the IERS celestial system and the JPL planetary ephemeris, and concluded that the mean equinox of J2000.0 is shifted from the ICRS right ascension origin by 78 +/- 10 mas (direct rotation around the polar axis).

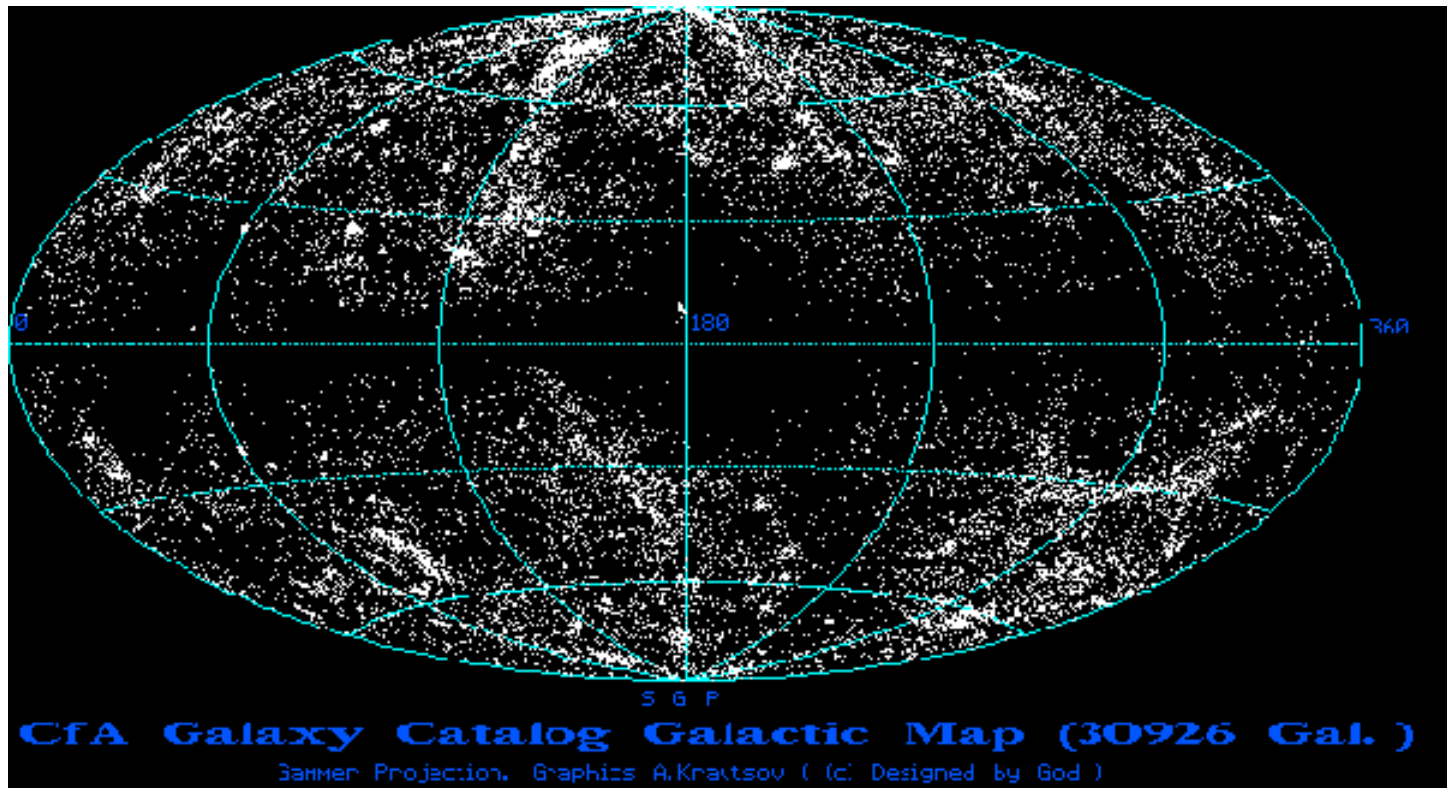
The ICRS is realized by VLBI estimates of equatorial coordinates of a set of extragalactic compact radio sources, the *International Celestial Reference Frame (ICRF)*.

The ICRS can be connected to the *International Terrestrial Reference System (ITRS)* by use of the *IERS Earth Orientation Parameters (EOP)*.



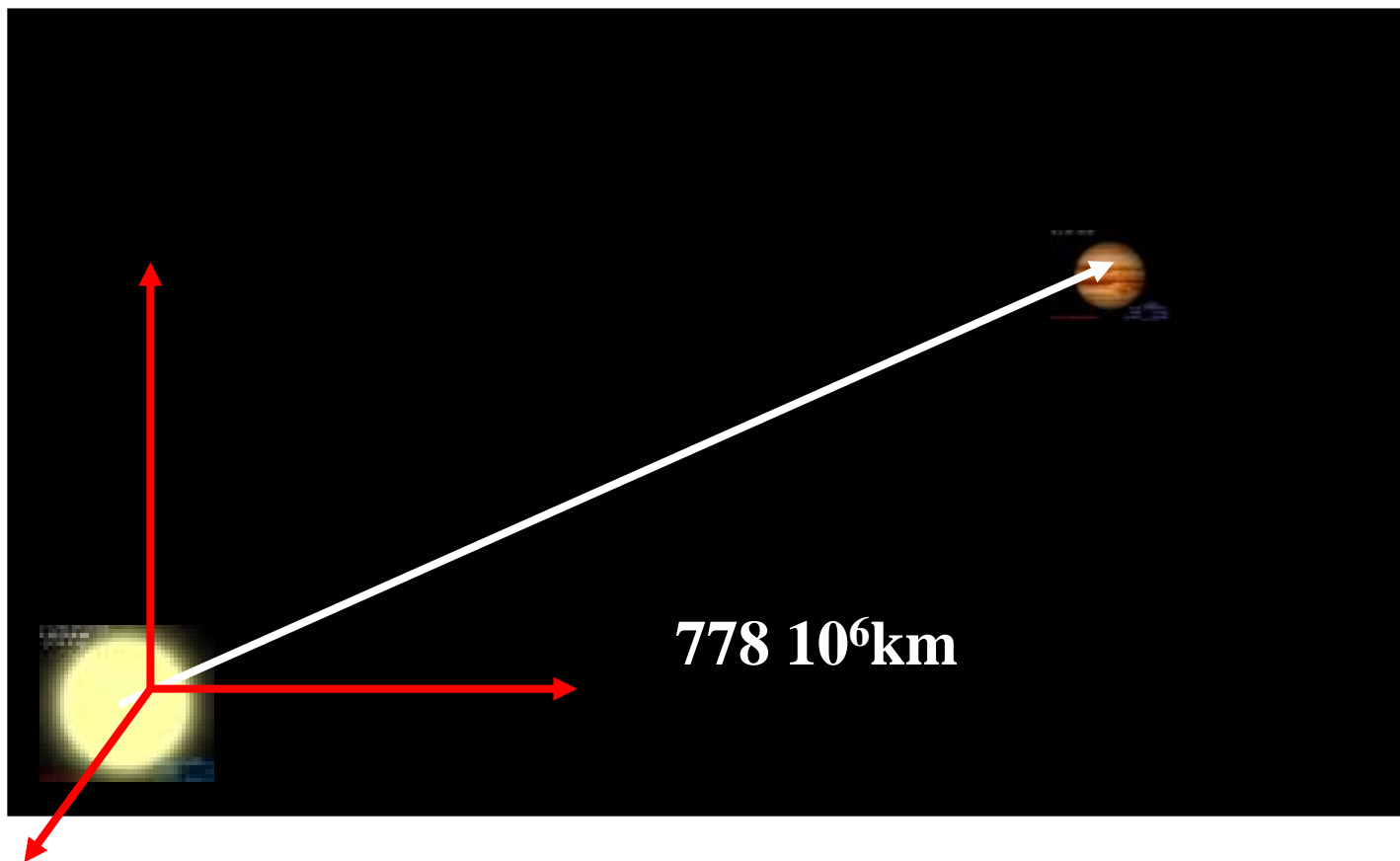
Costruire un sistema inerziale: puntare gli assi alle stelle fisse

(stelle così lontane da non mostrare moto
relativo)



**Scegliere l'origine nel sole (meglio centro di massa
del sistema solare)**

(Giove-Sole: $2 \cdot 10^{27}$ kg- $2 \cdot 10^{30}$ kg; raggio del sole $0.7 \cdot 10^6$ km)





Legge di Newton o

II Legge della Dinamica del Punto Materiale

$$\vec{a} = \frac{\vec{F}}{m}$$

\vec{a} \equiv accelerazione del punto materiale

\vec{F} \equiv forza

Un vettore che dipende dai corpi che circondano il punto materiale

Si ricava da un catalogo determinato sperimentalmente

m \equiv massa

Uno scalare proprietà del punto materiale

Nota:

poiché il prodotto massa per accelerazione è un vettore anche la forza deve essere un vettore: se si ruotano o traslano gli assi coordinati la legge deve rimanere vera.

$$\mathbf{m} \rightarrow \mathbf{m}$$

$$\{\mathbf{a}_x, \mathbf{a}_y, \mathbf{a}_z\} \rightarrow \{\mathbf{a}'_x, \mathbf{a}'_y, \mathbf{a}'_z\}$$

$$\{\mathbf{F}_x, \mathbf{F}_y, \mathbf{F}_z\} \rightarrow \{\mathbf{F}'_x, \mathbf{F}'_y, \mathbf{F}'_z\}$$

$$\mathbf{m}\mathbf{a}_x = \mathbf{F}_x \quad \Longleftrightarrow \quad \mathbf{m}\mathbf{a}'_x = \mathbf{F}'_x$$

$$\mathbf{m}\mathbf{a}_y = \mathbf{F}_y \quad \Longleftrightarrow \quad \mathbf{m}\mathbf{a}'_y = \mathbf{F}'_y$$

$$\mathbf{m}\mathbf{a}_z = \mathbf{F}_z \quad \Longleftrightarrow \quad \mathbf{m}\mathbf{a}'_z = \mathbf{F}'_z$$



Istruzioni per l'uso della legge di Newton

1) Ricavare la **forza** dal catalogo

$$\vec{F}$$

2) Ricavare la **massa**
(misura o dato iniziale)

$$m$$

3) Calcolare l'**accelerazione**

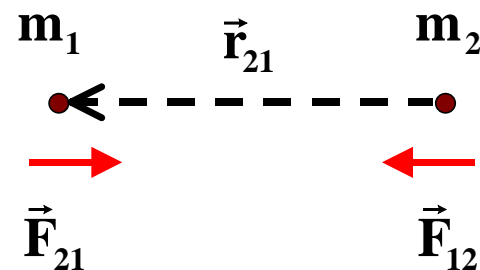
$$\vec{a} = \frac{\vec{F}}{m}$$

$$\vec{r}(t) = \vec{r}(0) + \overbrace{\vec{v}(t')}^{\vec{v}(t')} t + \int_0^t dt' \int_0^{t'} \underbrace{\frac{\vec{F}(t'')}{m}}_{\vec{a}(t'')} dt''$$

Il Catalogo

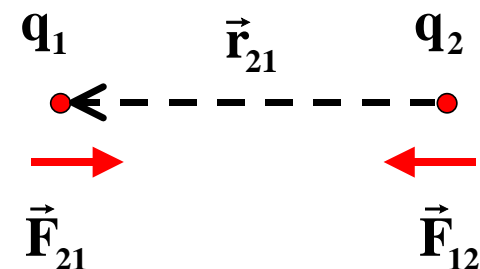
$$\vec{F}_{21} = -G \frac{m_1 m_2}{|\vec{r}_{21}|^2} \hat{r}_{21} = -\vec{F}_{12}$$

Forza gravitazionale



$$\vec{F}_{21} = \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \frac{q_1 q_2}{|\vec{r}_{21}|^2} \hat{r}_{21} = -\vec{F}_{12}$$

Forza elettrica

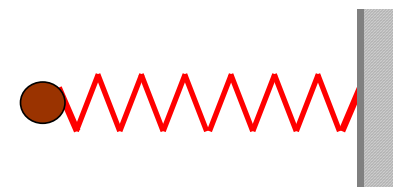


$$F_x = -k(x - x_0)$$

$$F_y, F_z$$

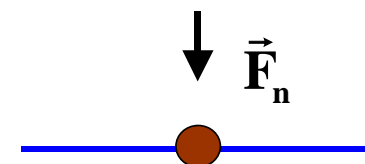
(vedi vincolo unidimensionale)

Molla in una dimensione



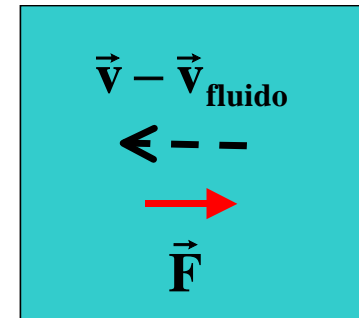
$$\vec{F}_n + \vec{F}_{\text{vincolo}} = \mathbf{0}$$

Vincolo unidimensionale



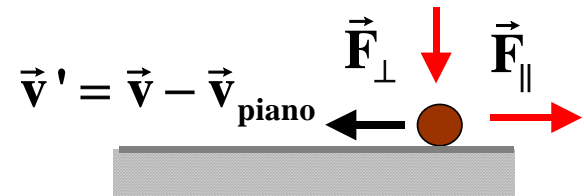
$$\vec{F} = -\frac{\lambda}{\beta} (\vec{v} - \vec{v}_{\text{fluido}})$$

Attrito viscoso



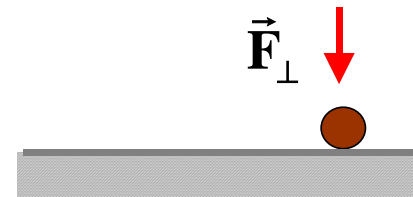
$$\vec{F}_{\parallel} = -\mu_d |\vec{F}_{\perp}| \hat{v}'$$

Attrito cinematico radente



$$\vec{F}_{\perp} + \vec{F}_{\text{piano}} = \mathbf{0}$$

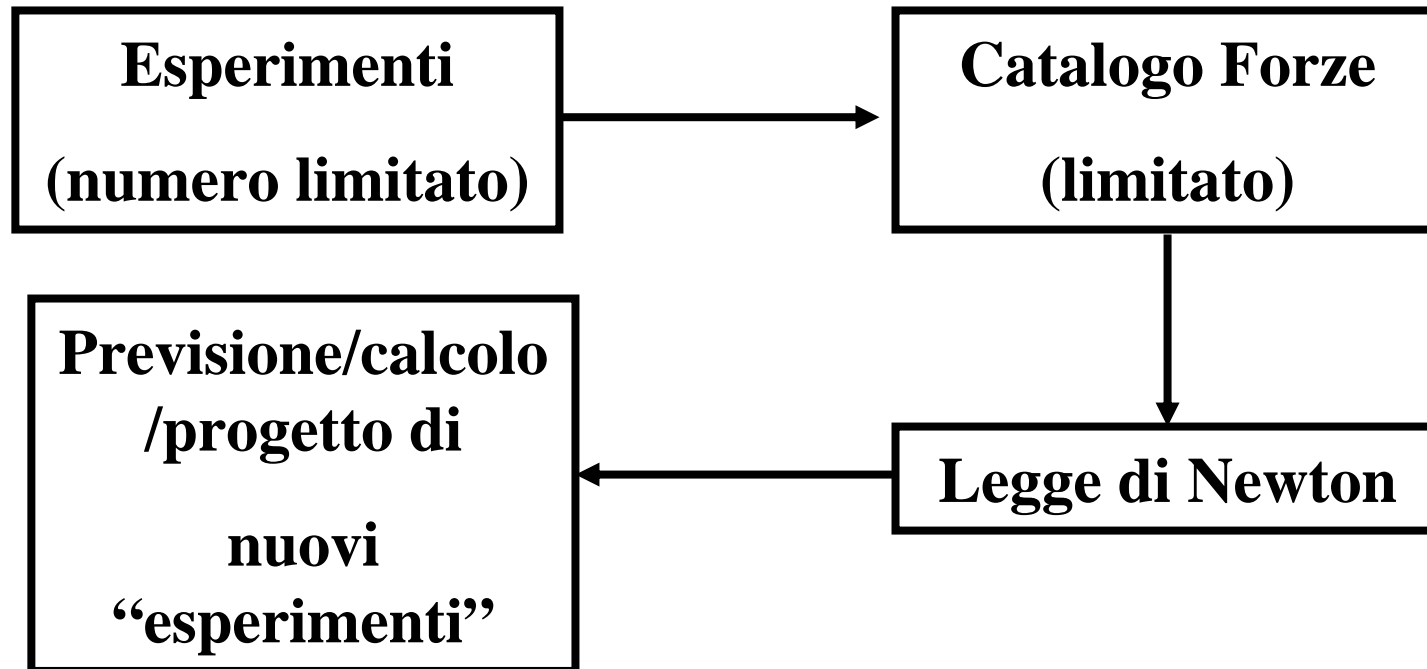
Piano liscio



Eccetera.....

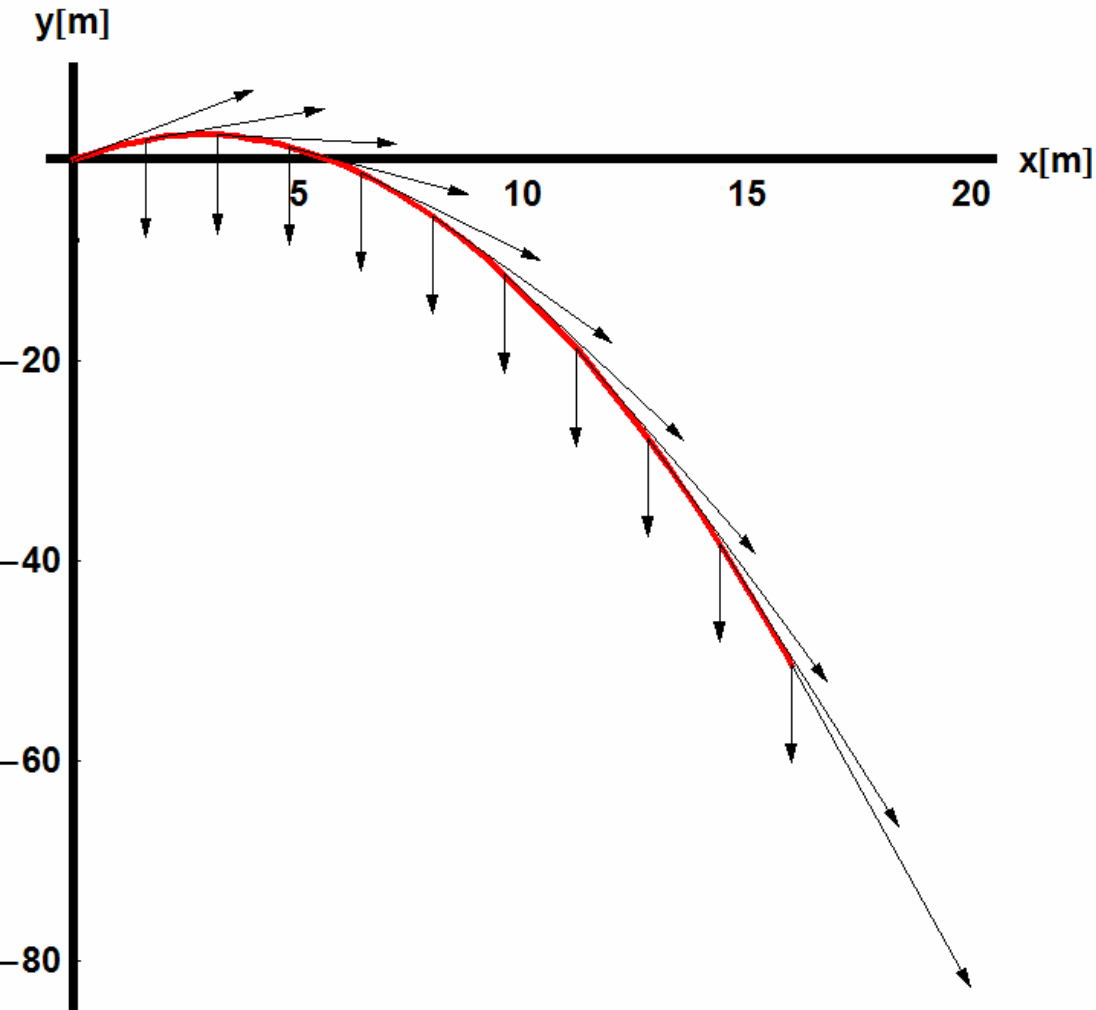
Come si costruisce il catalogo?

Con gli esperimenti



Un esercizio di costruzione del catalogo

Esperimento 1:



**In prossimità
della superficie
terrestre tutti i
corpi in
assenza di altri
effetti hanno
accelerazione**

$$\vec{a} = -g\hat{j}$$



E' conciliabile con la legge di Newton?

Possiamo farne una voce del catalogo?

$$\vec{F}_g = -mg\hat{j}$$

$$m\vec{a} = \vec{F}_g = -mg\hat{j}$$

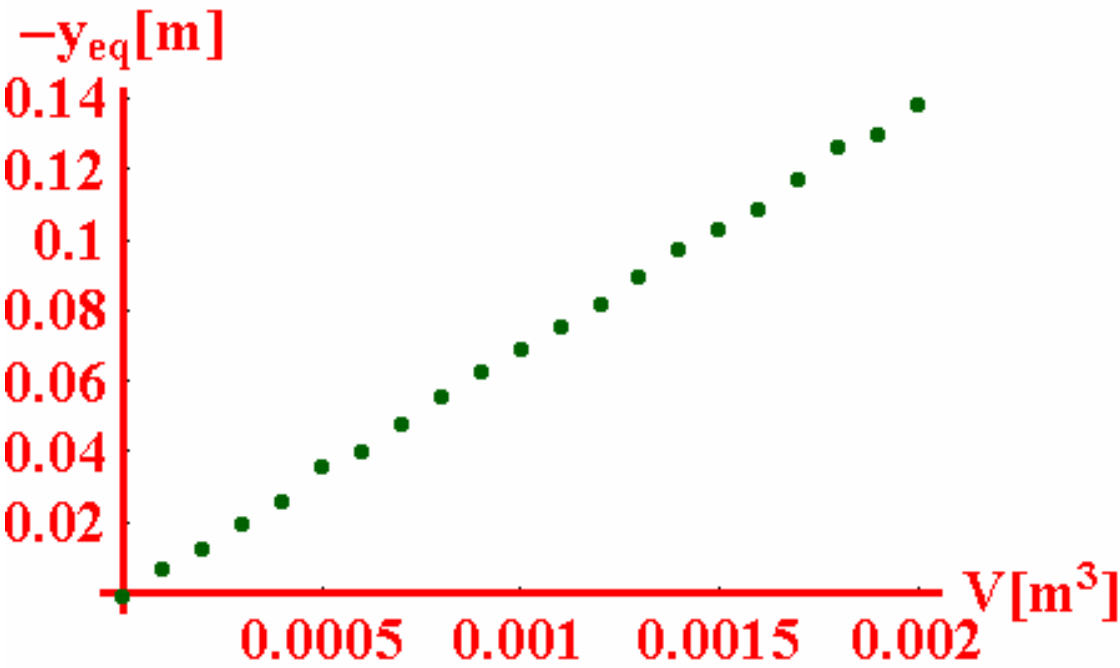
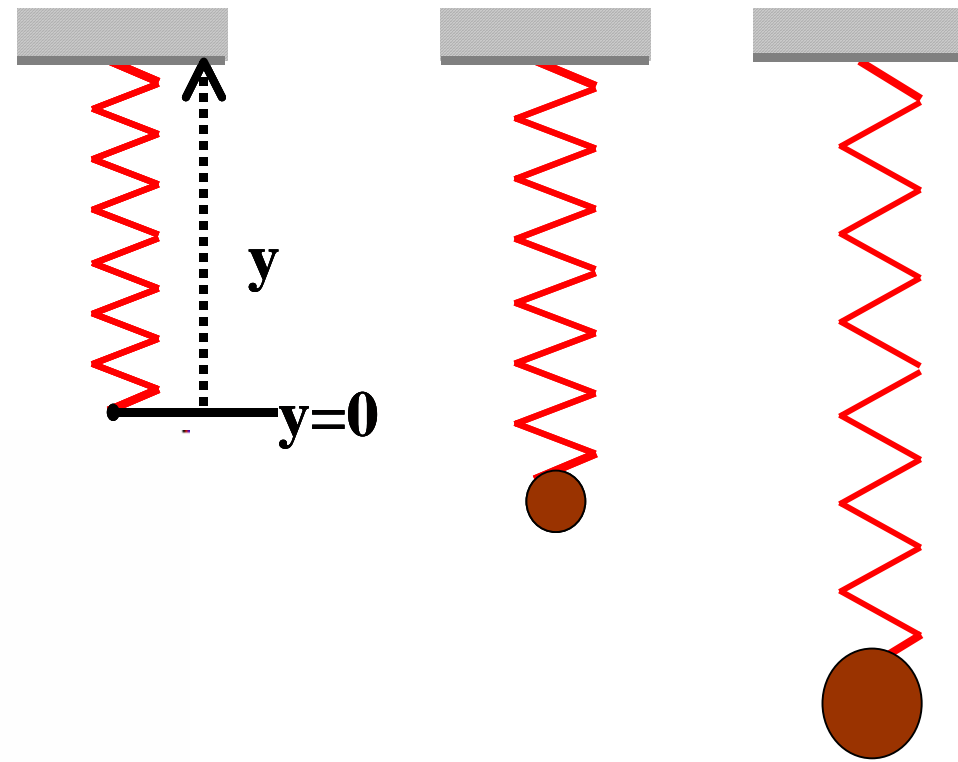
$$\vec{a} = -g\hat{j}$$

Ok !

(ma è uno sporco trucco!)

Secondo esperimento: deformazione della molla sotto carico

$$z = -68.6 \text{ m}^{-2}\text{V}$$



E' conciliabile con la legge di Newton e con le altre voci del catalogo?

Possiamo farne una nuova voce del catalogo?

$$\mathbf{F}_{\text{molla},y} = -ky \quad m = \rho V$$

$$y(t) = y_0 \rightarrow \mathbf{v}_y = \mathbf{0} \rightarrow \mathbf{a}_y = \mathbf{0} \rightarrow \mathbf{F}_y = \mathbf{0}$$

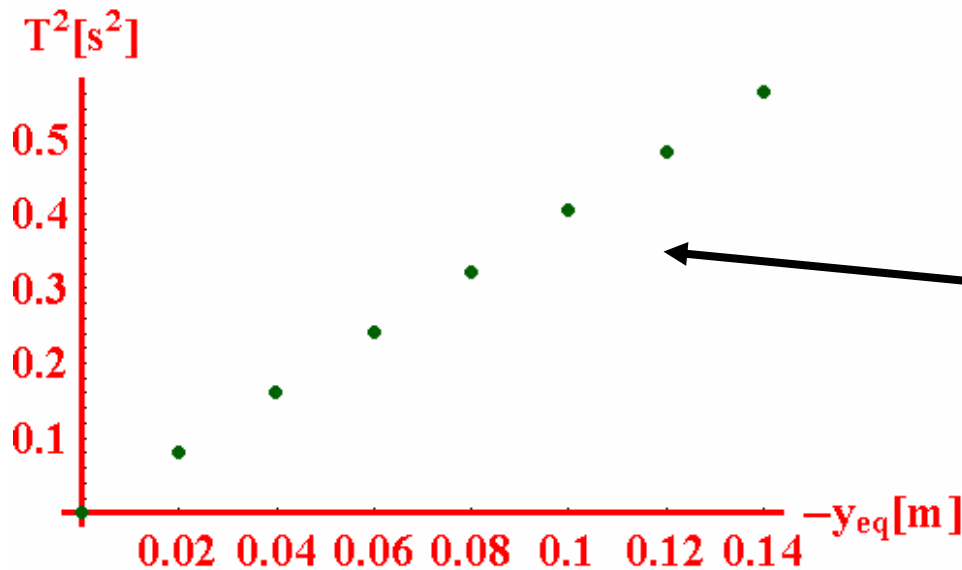
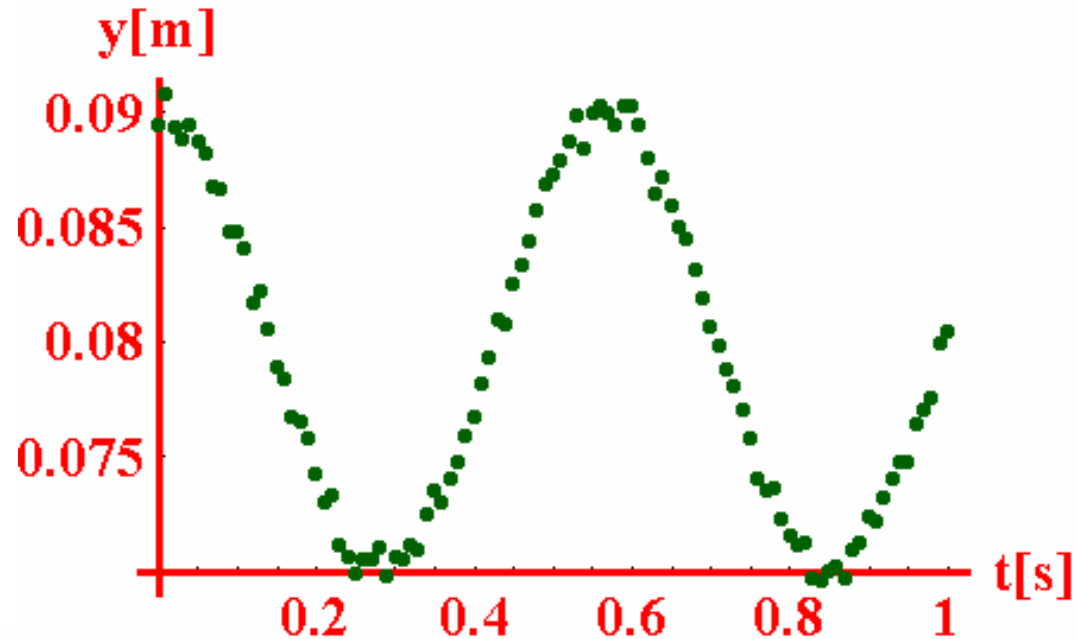
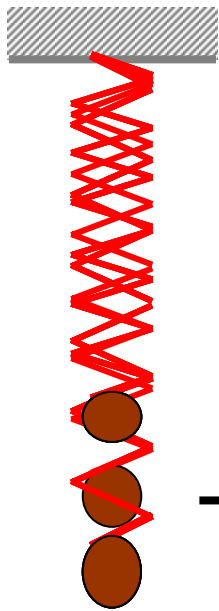
$$\mathbf{F}_y = -mg + \mathbf{F}_{\text{molla},y} = -mg - ky_{\text{eq}} = \mathbf{0}$$

$$y_{\text{eq}} = -\frac{m}{k}g = -\frac{\rho V}{k}g$$

Ok! (trucco?)

N.B. basta scegliere un materiale appropriato come campione per la densità ρ e le unità della massa risultano definite

Terzo esperimento: oscillazioni della molla intorno al punto di equilibrio



← ----- →
T

$$T^2 = 4\pi^2 \frac{-y_{eq}}{g}$$

Si spiega senza introdurre nuove voci nel catalogo?

$$m a_y(t) = m \frac{d^2 y}{dt^2} = -mg - ky(t)$$

E' un'equazione differenziale: la soluzione non è un numero ma una funzione del tempo $y_{sol}(t)$

Proviamo:

$$y_{sol}(t) = y_o + y_s \text{Sin}[\omega t] + y_c \text{Cos}[\omega t]$$

$$m \frac{d^2 y_{\text{sol}}}{dt^2} = -mg - ky_{\text{sol}}(t) \Rightarrow m \frac{d^2 y_{\text{sol}}}{dt^2} + ky_{\text{sol}}(t) + mg = 0$$

$$y_{\text{sol}}(t) = y_0 + y_s \text{Sin}[\omega t] + y_c \text{Cos}[\omega t]$$

$$\frac{dy_{\text{sol}}}{dt} = y_s \omega \text{Cos}[\omega t] - y_c \omega \text{Sin}[\omega t]$$

$$m \frac{d^2 y_{\text{sol}}}{dt^2} = m \left(-y_s \omega^2 \text{Sin}[\omega t] - y_c \omega^2 \text{Cos}[\omega t] \right)$$

+

+

$$ky_{\text{sol}}(t) = k \left(y_0 + y_s \text{Sin}[\omega t] + y_c \text{Cos}[\omega t] \right)$$

+

+

mg

mg

$$0 = ky_0 + mg + (k - m\omega^2) y_s \text{Sin}[\omega t] + (k - m\omega^2) y_c \text{Cos}[\omega t]$$

$$0 = ky_0 + mg + (k - m\omega^2)y_s \text{Sin}[\omega t] + (k - m\omega^2)y_c \text{Cos}[\omega t]$$

OK per ogni t se:

$$m\omega^2 = k \quad \text{e} \quad mg = -ky_0$$

$$\omega^2 = \frac{k}{m} = -\frac{g}{y_0}$$

$$\omega = \frac{2\pi}{T} \rightarrow T^2 = \frac{4\pi^2}{\omega^2} = 4\pi^2 \frac{m}{k} = -4\pi^2 \frac{y_0}{g}$$

Esperimento in aula:

