

PERCORSI

SUL COSIDDETTO PARADOSSO DI EINSTEIN, PODOLSKY E ROSEN

A. Loinger

Dipartimento di Fisica, Università di Milano
Via Celoria, 16-20133 Milano

La penetrante confutazione fatta da Bohr dell'argomento di Einstein, Podolsky e Rosen rappresenta — nell'ambito della teoria quantistica — un risultato definitivo, come fu riconosciuto dallo stesso Einstein.

*«There is no quantum world,
there is only an abstract
quantum description.»*

Niels Bohr

1. – Nel corso di una serie di seminari dal titolo «Guida alla lettura delle memorie e dei trattati di fondazione della teoria quantistica», i miei attenti ed acuti allievi hanno richiamato più volte la mia attenzione sul deplorabile fatto che, da qualche decennio a questa parte, vengono pubblicati articoli e tomi dai quali traspare una quasi totale ignoranza degli aspetti concettuali della teoria quantistica. Si ha l'impressione che il sapere dei loro autori sia basato su testi (più o meno massicci) di assai scarso valore, su trattazioni del tutto inadeguate, di seconda o terza mano, infarcite di sciocchezze, trascurando le opere di uomini quali Bohr ⁽¹⁾, Heisenberg ⁽²⁾, Pauli ⁽³⁾, in particolare.

Durante una discussione sul famoso «paradosso» di Einstein, Podolsky e Rosen ⁽⁴⁾, ho dovuto constatare come la spiegazione di tale «paradosso» data da Bohr ⁽⁵⁾ costituisse, per quasi tutti i miei studiosi uditori, una vera novità. Ho pertanto ritenuto di fare cosa utile esponendo qui, nel modo più essenziale possibile, il nocciolo della profonda argomentazione bohriana.

2. – Essa poggia su questo concetto basilare: la funzione di stato della teoria quantistica è una

mera *Rechengröße* (per usare un termine caro a Sommerfeld), ossia una pura «grandezza utile per eseguire calcoli», una grandezza del tutto *simbolica*, come sempre sottolinearono Bohr, Heisenberg e Pauli ⁽⁶⁾. La densità di probabilità della meccanica quantistica relativa allo spazio delle configurazioni $\{q\}$, oppure a quello dei momenti $\{p\}$, ricavata dalla funzione di stato, presenta una parziale somiglianza con la funzione di Liouville $\rho(p, q)$ della meccanica *probabilistica* classica, la quale fornisce la densità di probabilità nello spazio delle fasi classico $\{p, q\}$.

Per rendere più trasparente il ragionamento di Bohr sfrutterò l'accennata analogia.

Siano S_1 ed S_2 due particelle descritte dalla meccanica di Galilei-Newton, le quali — dopo una apprezzabile interazione — si allontanino una dall'altra. Si supponga che il sistema complessivo S_{12} delle due particelle risulti rappresentato — per difetto d'informazione — da una funzione probabilistica di Liouville ρ_{12} . Siano q_1 la variabile dinamica posizione e p_1 la variabile dinamica quantità di moto di S_1 ; e analogamente per S_2 . Un'osservazione della variabile dinamica $D = q_1 - q_2$ dia il valore $D' = (q_1 - q_2)'$, mentre la variabile dinamica $P = p_1 + p_2$, abbia il valore $P' = (p_1 + p_2)'$. Ovviamente, se ora una misurazione di p_1 fornisce un dato valore p_1' , noi saremo certi — senza eseguire alcuna ulteriore misurazione — che la variabile dinamica p_2 avrà il valore p_2' dato da $P' - p_1'$. Come è chiaro, non si è propagata alcuna azione fisica (istantanea o meno) da S_1 a S_2 : semplicemente, si è precisata la nostra informazione sul sistema S_{12} : tutto è avvenuto nel nostro cervello, con la velocità del pensiero. Oppure, se si preferisce, nello spazio funzionale delle funzioni ρ di Liouville, cui appartiene la ρ_{12} del sistema totale S_{12} .

Orbene, in meccanica quantistica si ha un analogo risultato. Infatti: gli operatori D e P *commutano* fra loro, e quindi le variabili dinamiche che essi rappresentano possono avere *simultaneamente* dei valori ben definiti D' e P' .

Se adesso una misurazione di p_1 fornisce il valore p'_1 , noi avremo la certezza — senza eseguire alcuna ulteriore misurazione — che la p_2 ha il valore p'_2 dato da $P' - p'_1$. Anche qui non vi è alcuna magia — ed eventualmente violante i principi relativistici — azione fisica che si propaga da S_1 a S_2 . Tutto si è verificato, con la velocità del pensiero, nella nostra mente; o, se si preferisce, nello spazio hilbertiano delle funzioni di stato, cui appartiene la funzione di stato ψ_{12} del sistema totale S_{12} . Ciò significa manifestamente che la ψ_{12} descrive una precisa **correlazione fra coppie di valori** p'_1 e p'_2 , p''_1 e p''_2 , ecc., in guisa che se una misurazione di p_1 (⁷) dà il valore p'_1 , oppure p''_1 , oppure ..., siamo sicuri che p_2 avrà rispettivamente il valore p'_2 , oppure p''_2 , oppure ...; e viceversa.

L'unica differenza — invero di capitale importanza — fra il caso probabilistico classico e il caso quantistico consiste in questo: in un qualsiasi istante i sistemi classici S_1 e S_2 hanno determinati valori delle variabili dinamiche q_1, p_1, q_2, p_2 , anche se per la supposta scarsa informazione siamo obbligati a descrivere S_{12} con una funzione probabilistica ρ_{12} ; nel problema quantistico invece la ψ_{12} dà soltanto una correlazione «potenziale» (per usare una terminologia aristotelica) tra coppie di valori di p_1 e p_2 , correlazione che diviene «attuale», in precisi modi, quando si misura p_1 (ovvero p_2) (⁸).

Questo peculiare carattere della teoria quantistica dispiaceva ad Einstein, il quale fu sempre convinto che dovrebbe essere possibile costruire una teoria *deterministica* assai generale, «sottogiacente» alla teoria quantistica — e pertanto di essa più esauriente. Come dice Pauli a pag. 24 delle sue lezioni di *Meccanica ondulatoria* citate in (³): «Egli [Einstein] giudicava senz'altro corretta questa descrizione statistica [della teoria quantistica], senza però ritenerla

completa. Non è stato fino ad oggi possibile trovare [di essa] alcuna generalizzazione, né dimostrarne, d'altro canto, l'impossibilità».

Queste lapidarie frasi pauliane significano fra l'altro che oramai solo per ingenuità — o per distrazione — ci si può baloccare con i cosiddetti «paradossi» della teoria quantistica. (Ciò non vuole dire che siano privi d'interesse quegli *esperimenti* aventi l'obbiettivo di «falsificare» determinate asserzioni della teoria suddetta.)

«Nimm nur den Stachel mit geschickter Kraft,
Das ist der Sinn von aller Wissenschaft».

J.W.v.Goethe

Bibliografia

- (1) Siveda, ad es., BOHR N., *Atomic Theory and the Description of Nature* (The University Press, Cambridge) 1934.
- (2) Si veda, ad es., HEISENBERG W., *Die physikalischen Prinzipien der Quantentheorie* (Hirzel Verlag, Leipzig) 1930; versione italiana: *I principi fisici della teoria dei quanti* (Boringhieri, Torino) 1963, si veda, in particolare, il §9.
- (3) Si veda, ad es., PAULI W., *Wellenmechanik* (Verlag des Vereins der Mathematiker und Physiker an der ETH, Zürich) 1958; versione italiana (ottima): *Meccanica ondulatoria* (Boringhieri, Torino) 1962; *Die allgemeinen Prinzipien der Wellenmechanik*, in *Handbuch der Physik*, Bd.V/1 (Springer-Verlag, Berlin, ecc.) 1958. Versione inglese (non troppo buona): *General Principles of Quantum Mechanics* (Springer-Verlag, Berlin, ecc.) 1980; questa versione ha il merito di riportare nel cap. X gli ultimi paragrafi, riguardanti l'elettrodinamica, dell'edizione 1933, i quali presentano tuttora una rilevante importanza concettuale.
- (4) EINSTEIN A., PODOLSKY B. e ROSEN N., *Phys. Rev.*, **47** (1935) 777. Si veda anche l'*Autobiographisches* di Einstein in *Albert Einstein: Philosopher-Scientist*, a cura di P.A. Schilpp (Tudor Publ. Company, New York) 1949; versione italiana: *Albert Einstein, scienziato e filosofo* (Einaudi, Torino) 1958.
- (5) BOHR N., *Phys. Rev.*, **48** (1935) 696; di Bohr si veda anche la *Discussione epistemologica con Einstein* nel volume a cura di Schilpp, citato in (4).
- (6) Le funzioni di stato non debbono nemmeno essere, di necessità, ad un sol valore: vedere l'articolo di Pauli in *Handbuch*, citato in (3), Ziff. 6 dell'edizione originale tedesca, Sect. 6 della versione inglese.
- (7) Per la teoria quantistica della misurazione rinvio ai lavori dei fisici di Marburg (G. Ludwig e la sua scuola) e di Milano (G.M. Prosperi, L. Lanz, et al.).
- (8) L'uso di questa terminologia aristotelica in questioni fisiche risale a Heisenberg.